

### ИДЗ 2008-2. Линейные коды

Для всех вариантов задание состоит в

- отыскании порождающей и проверочной матриц;
- нахождении кодовых слов и составлении стандартной таблицы (если она не очень большая!) и/или таблицы лидеров и синдромов;
- определении исправляющих свойств кода (сколько обнаруживает, сколько исправляет, кодовое расстояние);
- декодировании предложенных векторов.

Что непонятно — спрашивайте мылом.

#### Вариант №1

2. Записать порождающую и проверочную матрицы для (16,5)-кода Рида-Малера первого порядка (т.е. для кода, дуального к удлинённому (16,11)-коду Хэмминга). Содержит ли ошибку полученное слово 1101101001011011.

3. Найти смежные классы, их лидеры и синдромы для бинарного циклического (3,1)-кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + x + 1$ . Декодировать слово 110.

#### Вариант №2

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного линейного (5,2)-кода. Найти для этого кода проверочную матрицу, все синдромы и лидеры смежных классов. Декодировать при помощи лидеров слово 10011.

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы бинарного циклического кода с порождающим многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ , если длина  $k$  сообщений равна 4. Декодировать слово 0110011.

#### Вариант №3

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного линейного (5,3)-кода. Найти для этого кода проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать все смежные классы, их синдромы и лидеры для дуального кода и при помощи них декодировать слово 11011.

3. Многочлен  $g(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$  является порождающим многочленом бинарного циклического кода блочной длины  $n = 15$ . Найти для этого кода проверочный многочлен, а также порождающую и проверочную матрицы.

#### Вариант №4

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного линейного (5,2)-кода. Найти для этого кода проверочную матрицу и дуальный код. Сколько ошибок обнаруживает и исправляет исходный код и дуальный к нему?

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов бинарного циклического (7,3)-кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$ . Каково минимальное расстояние этого кода?

### Вариант №5

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  – порождающая матрица тернарного линейного (4,2)-кода. Найти проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать для дуального кода все смежные классы и их синдромы и декодировать при помощи лидеров слово 12101.

3. Найти какой-нибудь порождающий и проверочный многочлен бинарного циклического (7, 4)-кода, эквивалентного (7, 4)-коду Хэмминга. Декодировать слово 1010110 в этом циклическом коде.

### Вариант №6

2. Пусть  $H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  – порождающая матрица бинарного (7,4)-кода Хэмминга. Получены векторы 1001010, 1101011. Декодировать эти векторы.

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для тернарного циклического (4,2)-кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + 1$ . Закодировать сообщения 11, 22. Выписать таблицу лидеров и смежных классов и при помощи нее декодировать слово 0121.

### Вариант №7

2. Пусть  $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  – проверочная матрица бинарного линейного (5,3)-кода. Найти порождающую матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать все смежные классы и их лидеры для дуального кода и при помощи них декодировать слово 01110.

3. Найти какой-нибудь порождающий и проверочный многочлен бинарного циклического (15, 11)-кода, эквивалентного (15, 11) - коду Хэмминга. Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код? Декодировать слово 10101000111010.

### Вариант №8

2. Пусть (15,11)-код Хэмминга задан проверочной матрицей, столбцы которой расположены в естественном порядке. Найти проверочную матрицу и декодировать полученное слово 110100101100011.

3. Дана порождающая матрица  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  линейного (5,3)-кода над полем  $\mathbb{F}_3$ . Найти проверочную матрицу этого кода. Будет ли код циклическим?

### Вариант №9

2. Записать проверочную матрицу (15,11)-кода Хэмминга  $C$  и его удлиненного (16,11)-кода  $\overline{C}$ . Декодировать полученные слова 11111101111010, 111110110111011 в  $C$  и  $\overline{C}$  соответственно. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды?

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов бинарного (7,4)-кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ . Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код?

### Вариант №10

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица бинарного

линейного (5,3)-кода. Найти проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Выписать все смежные классы и их лидеры и при помощи них декодировать слово 10111. Какой код, исходный или дуальный к нему, обнаруживает и исправляет больше ошибок?

3. Бинарный циклический код длины 63 имеет порождающим примитивный многочлен  $g(x) = x^6 + x^4 + 1$ . Какому коду Хэмминга эквивалентен этот код? Каково минимальное расстояние этого кода?

### Вариант №11

2. Найти порождающую матрицу, все кодовые слова и дуальный код для линейного тернарного (4,2)-кода с проверочной матрицей  $H = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Выписать таблицу лидеров и смежных классов для исходного кода и при помощи нее декодировать слово 2102.

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического кода, порожденного многочленом  $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ , если кодовое сообщение состоит из 4 символов. Найти синдром слова 1110111. Содержит ли оно ошибку?

### Вариант №12

2. Использовать (7,4)-код Хэмминга для кодирования сообщений 1011, 0111. Закодировать также эти сообщения при помощи удлиненного (8,4)-кода Хэмминга. Декодировать вектор 11001101 при помощи (8,4)-кода.

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов для тернарного (8,6)-кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + x + 2$ . Сколько ошибок обнаруживает этот код?

### Вариант №13

2. Пусть  $C$  — бинарный линейный  $(7,3)$ -код с порождающей матрицей  $G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти для кода  $C$  дуальный код  $C^*$  и показать, что  $C$  самодуален (т. е.  $C \subseteq C^*$ ). Найти для кода  $C$  все смежные классы и их синдромы и декодировать слово 0110101.

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для тернарного циклического  $(8,6)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + x + 2$ . Закодировать сообщение 12012.

### Вариант №14

2. Записать порождающие и проверочные матрицы для удлиненного  $(8,4)$ -кода Хэмминга и дуального к нему  $(8,4)$ -кода (кода Рида-Малера первого порядка). Для полученных слов 01110110, 11010011 найти ближайшие посланные кодовые слова из удлиненного кода Хэмминга.

3. Выписать таблицу лидеров смежных классов и их синдромов бинарного  $(7,4)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ . Найти все кодовые слова и весовой спектр этого кода.

### Вариант №15

2. Записать порождающие матрицы для  $(7,4)$ -кода Хэмминга  $C$  и его дуального  $(7,3)$ -кода (бинарного симплексного кода)  $C^*$ . Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды? Декодировать слова 1011010, 0111011 в коде  $C$ .

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для тернарного циклического  $(8,6)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^2 + 2x + 2$ . Найти синдром слова 22120101. Содержит ли оно ошибку?

### Вариант №16

2. Тернарный линейный  $(3,2)$ -код порождается матрицей  $G = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти порождающую матрицу и все кодовые слова дуального кода. Выписать для дуального кода все смежные классы и их лидеры и при помощи них декодировать слово 122. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют исходный код и дуальный к нему.

3. Многочлен  $f(x) = x^3 + x + 1$  порождает бинарный циклический  $(7,4)$  код. Найти все кодовые слова, проверочный многочлен, порождающую и проверочную матрицу этого кода. Закодировать сообщение 1011.

### Вариант №17

2. Написать порождающую и проверочную матрицу бинарного  $(15,3)$ -кода с пятикратным повторением. Выписать все кодовые слова и декодировать слово 110011011111110010. Сколько ошибок обнаруживает и исправляет этот код?

3. Найти все кодовые слова, порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ , если кодовое сообщение состоит из 4 символов. Закодировать сообщения 1011, 1110.

### Вариант №18

2. Пусть  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  — порождающая матрица тернарного линейного  $(4,2)$ -кода. Найти проверочную матрицу, все кодовые слова и дуальный код. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды? Для дуального кода выписать таблицу лидеров и смежных классов и при помощи нее декодировать слово 2000.

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического  $(7,4)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ . Найти порождающий многочлен и весовой спектр дуального кода.

### Вариант №19

2. Тернарный линейный  $(3,2)$ -код порождается матрицей  $G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти проверочную матрицу, все кодовые и дуальный код. Выписать все смежные классы и их лидеры и при помощи них декодировать слово 021.

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического  $(7,4)$ -кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ . Найти порождающий многочлен и минимальное расстояние дуального кода.

### Вариант №20

2. Написать порождающую и проверочную матрицу бинарного  $(n, 1)$ -кода с повторением. Доказать, что дуальный к нему есть  $(n, n - 1)$ -код с проверкой на четность. Выписать все кодовые слова для этих кодов. Сколько ошибок обнаруживают и исправляют эти коды?

3. Найти порождающую и проверочную матрицы, а также проверочный многочлен для бинарного циклического кода, порожденного многочленом  $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ , если кодовое сообщение состоит из 4 символов. Найти порождающий многочлен и все кодовые слова дуального кода.