Пример. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)^2(x-3)}{\sqrt{x^6+1}}$

Решение. Очевидно, что имеется неопределенность типа $\frac{\infty}{\infty}$. Можно сравнить "скорость возрастания" числителя и знаменателя. Иначе говоря, определить старшую степень x в числителе и знаменателе. В настоящем случае это x^3. Если действовать строго, то надо разделить обе части дроби на x^3. В результате искомый предел будет равен

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)^2(x-3)}{\sqrt{x^6+1}} \overset{:x^3}{=} \lim_{x\to\infty}\frac{(1+\frac{1}{x})^2(1-\frac{3}{x})}{\sqrt{1+\frac{1}{x^6}}} =$$

это мы использовали теорему о пределе отношения

$$= \frac{\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^2(1-\frac{3}{x})}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{x^6}}} = \Bigg|$$ это мы использовали теоремы

о пределах произведения и суммы, $\Bigg| = \dfrac{(1+\cancelto{0}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}})^2(1-\cancelto{0}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x}})}{\sqrt{1+\cancelto{0}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^6}}}} =$

| а в знаменателе перешли к пределу под знаком

непрерывной элементарной функции $\sqrt{\ }$. Результат, естественно $\Bigg| = 1.$

Можете для интереса доказать, что все пределы равны 0.