

# Программа

для экзамена по Алгебре и геометрии (январь 2010)

## Векторная алгебра

Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его алгебраические свойства. Геометрический смысл смешанного произведения и его следствия. Векторное и смешанное произведения в координатах.

## Аналитическая геометрия в пространстве.

Общее уравнение плоскости (прямая и обратная теоремы). Нормированное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Параметрические и канонические уравнения прямой. Вывод их непосредственно и из общих уравнений прямой. Угловые соотношения между прямыми и плоскостями. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Поверхности второго порядка. Метод сечений.

## Комплексные числа.

Определение операций над комплексными числами и их свойства. Алгебраическая форма записи и выполнение операций сложения, умножения и деления.

Модуль и аргумент. Показательная и тригонометрическая формы записи, возведение в степень и извлечение корней. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.

## Матрицы и определители.

Операции над матрицами и их свойства. Определители  $n$ -го порядка и их свойства. Теорема об обратной матрице. Теорема Крамера. Ранг системы векторов. Ранги эквивалентных систем. Независимость ранга системы векторов от элементарных преобразований. Ранг матрицы и его нахождение методом Гаусса. Элементарные преобразования матриц. Общая теория ОЛСУ. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема о структуре общего решения НЛСУ.

### Линейные пространства.

Аксиомы линейного пространства и следствия из этих аксиом. Примеры. Эквивалентность двух определений линейной зависимости векторов. Необходимое условие линейной зависимости. Базис линейного пространства. Равномощность базисов. Примеры базисов в основных пространствах. Матрица перехода. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Матрица обратного перехода.

Линейные операторы. Определение, следствия из определения, примеры. Матричная запись линейного оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Основные свойства собственных векторов. Характеристический многочлен оператора и его независимость от выбора базиса. Собственные значения оператора, как корни характеристического многочлена. Оператор простой структуры. Достаточное условие. Сопряженный оператор: существование, единственность и матрица в ОНБ. Самосопряженный оператор и его свойства. Спектральная теорема и ее следствие. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы и ее изменение при замене переменных. Приведение к каноническому виду.

Литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М: высшая школа, 1998
  2. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре М: Наука, 1986.
  3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М: Наука, 1980
  4. Кострикин А.И. Введение в алгебру ч. I, II М: ФМЛ, 2000  
Можно использовать многочисленные интернет-источники.
- Программу составил доцент каф. ВМ и УМФ Крохин А.Л.