

1. Пользуясь определением найти сумму ряда:

$$\frac{1}{3 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 15} + \dots$$

Вычислить частичные суммы S_n для $n = 5, 10, 100$. Для каждого случая найти абсолютную, Δ_n , и относительную, δ_n , погрешности приближенного равенства $S = S_n$. Результаты занести в таблицу.

2) Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды:

а) $2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{6} + 4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \dots$,

б) $\frac{1 \cdot 2}{3} - \frac{2 \cdot 3}{3^2} + \frac{3 \cdot 4}{3^3} - \frac{4 \cdot 5}{3^4} + \dots$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{(n-1)!} - i \frac{1}{n(n+1)} \right)$.

3) Найти и изобразить на чертеже область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{3^n(n^2+3)}$.

Вычислить его сумму с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-2}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ в точках $2 \pm k * R/5$, где $k = \overline{0, 4}$, R - радиус сходимости.

4) Разложить функцию

$$f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$$

в ряд Маклорена . Определить область сходимости полученного ряда.

Эта задача во всех вариантах решается с помощью готовых разложений.

5) Разложить функцию $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{e^{2x}}$ в ряд Тейлора по степеням x и найти область сходимости полученного ряда.

6) Найти круг сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{2^n}$.

7) Можно ли почленно интегрировать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sin x}$ на отрезке $[0, 2\pi]$?

8) Представить в виде степенного ряда решение дифференциального уравнения $y' = x^3 y^2 + e^x$, $y(0) = 1$. Найти $n = 3$ ненулевых членов ряда. Если возможно – записать выражение для общего члена ряда. Построить график точного и приближенного решений и сравнить их.

9) Найти ограниченное решение уравнения Бесселя

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - 1/4) y = 0.$$

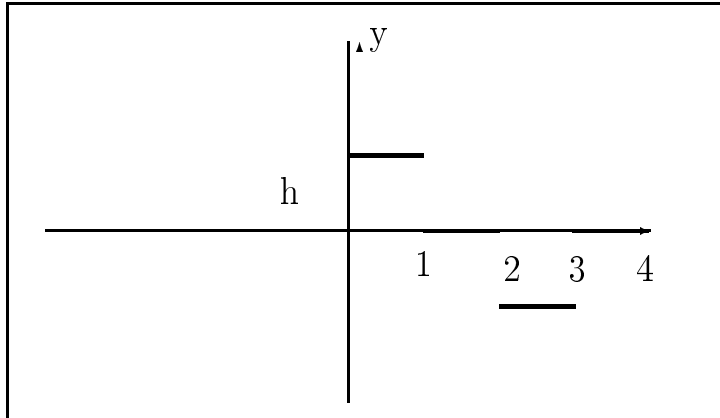
10) Используя ряды вычислить приближенно значение интеграла

$$\int_{0.8}^{1.4} x^6 \sin 4x dx$$

с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-3}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-6}$. Для каждого случая указать число членов ряда, потребных для достижения заданной точности на верхнем и нижнем пределах интегрирования. Указать также и значения частичных сумм.

11) Разложить в ряд Фурье:

а) периодическую функцию с периодом $T = 2l$.



б) функцию, заданную на промежутке $(0, \pi)$, продолжая ее периодически, а также четным и нечетным образом.

$$f(x) = \cos 3x.$$

Построить график суммы полученного ряда.

12) Пользуясь табличными разложениями функций в ряд Фурье, найти сумму числового ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin 2n}{n}$$