

1. Пользуясь определением найти сумму ряда:

$$\frac{2}{1 \cdot 5} + \frac{2}{2 \cdot 8} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{4 \cdot 8} + \dots$$

Вычислить частичные суммы S_n для $n = 5, 10, 100$. Для каждого случая найти абсолютную, Δ_n , и относительную, δ_n , погрешности приближенного равенства $S = S_n$. Результаты занести в таблицу.

2) Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды:

а) $\frac{1}{2^2} + \frac{3}{3^2} + \frac{5}{4^2} + \frac{7}{5^2} + \dots$,

б) $2 - \frac{2+3}{6} + \frac{2^2+3^2}{6^2} - \frac{2^3+3^3}{6^3} + \dots$,

в) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + i \frac{n}{n+1} \right)$.

3) Найти и изобразить на чертеже область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x+3)^{n-1}}{n\sqrt{n}}$.

Вычислить его сумму с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-2}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ в точках $-3 \pm k * R/5$, где $k = \overline{0, 4}$, R - радиус сходимости.

4) Разложить функцию

$$f(x) = (x^2 + 3) \cos 2x$$

в ряд Маклорена . Определить область сходимости полученного ряда.

Эта задача во всех вариантах решается с помощью готовых разложений.

5) Разложить функцию $f(x) = \frac{x+2}{1-x}$ в ряд Тейлора по степеням $x+4$ и найти область сходимости полученного ряда.

6) Найти круг сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} z^n}{2^{n+1}}$.

7) Можно ли почленно интегрировать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{4+n^4 x^2}$?

8) Представить в виде степенного ряда решение дифференциального уравнения $y' = y^2 + x^2/y$, $y(0) = 1$. Найти $n = 4$ ненулевых членов ряда. Если возможно – записать выражение для общего члена ряда. Построить график точного и приближенного решений и сравнить их.

9) Найти ограниченное решение уравнения Бесселя

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - 4) y = 0.$$

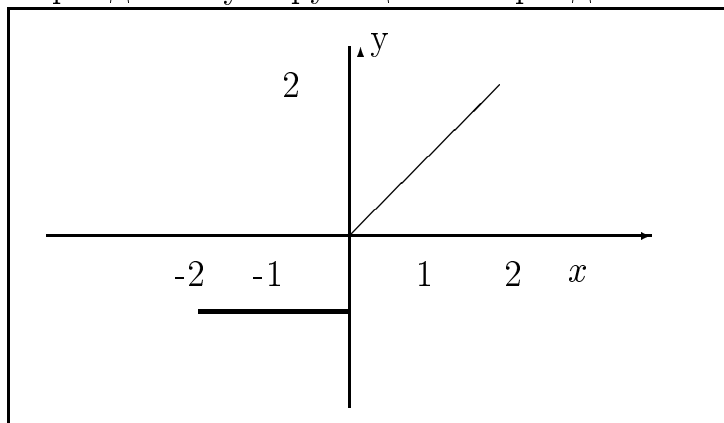
10) Используя ряды вычислить приближенно значение интеграла

$$\int_{0.2}^{0.7} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$$

с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-3}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-6}$. Для каждого случая указать число членов ряда, потребных для достижения заданной точности на верхнем и нижнем пределах интегрирования. Указать также и значения частичных сумм.

11) Разложить в ряд Фурье:

а) периодическую функцию с периодом $T = 4$.



б) функцию, заданную на промежутке $(0, \pi)$, продолжая ее периодически, а также четным и нечетным образом.

$$f(x) = \cos x.$$

Построить график суммы полученного ряда.

12) Пользуясь табличными разложениями функций в ряд Фурье, найти сумму числового ряда

$$1 - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} - \frac{1}{11^2} - \frac{1}{13^2} + \dots$$