

1. Пользуясь определением найти сумму ряда:

$$\frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{3}{8 \cdot 11} + \frac{3}{11 \cdot 14} + \dots$$

Вычислить частичные суммы  $S_n$  для  $n = 5, 10, 100$ . Для каждого случая найти абсолютную,  $\Delta_n$ , и относительную,  $\delta_n$ , погрешности приближенного равенства  $S = S_n$ . Результаты занести в таблицу.

2 ) Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды:

а)  $\sin \alpha - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{3\sqrt{3}} + \frac{\sin \frac{\alpha}{3}}{5\sqrt{5}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{4}}{7\sqrt{7}} + \dots,$

б)  $\frac{(1!)^2}{1! \cdot 1} + \frac{(2!)^2}{3! \cdot 2} + \frac{(3!)^2}{5! \cdot 3} + \frac{(4!)^2}{7! \cdot 4} + \dots,$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} - i \frac{1}{n^2} \right).$

3) Найти и изобразить на чертеже область сходимости ряда

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n-1}}{2^n(3n^2+1)}$ . Вычислить его сумму с точностью  $\varepsilon_1 = 10^{-2}$  и  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$  в точках  $4 \pm k * R/5$ , где  $k = \overline{0,4}$ ,  $R$  - радиус сходимости.

4) Разложить функцию

$$f(x) = x e^{-3x^2}$$

в ряд Маклорена . Определить область сходимости полученного ряда.

Эта задача во всех вариантах решается с помощью готовых разложений.

5) Разложить функцию  $f(x) = \frac{x+3}{x^2+7x-8}$  в ряд Тейлора по степеням  $x+1$  и найти область сходимости полученного ряда.

6) Найти круг сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i+1)^n}{\sqrt{5^n}(1-3i)^n}$ .

7) Можно ли почленно интегрировать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^4+x^2}$  ?

8) Представить в виде степенного ряда решение дифференциального уравнения  $y' = y + e^{2xy}$ ,  $y(0) = 0$ . Найти  $n = 3$  ненулевых членов ряда. Если возможно – записать выражение для общего члена ряда. Построить график точного и приближенного решений и сравнить их.

9) Найти ограниченное решение уравнения Бесселя

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - 9) y = 0.$$

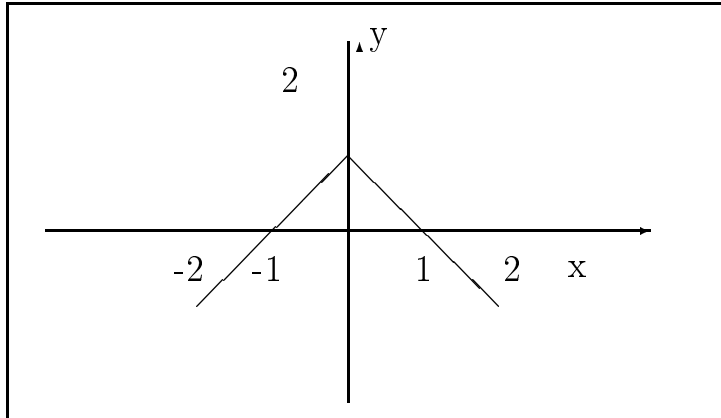
10) Используя ряды вычислить приближенно значение интеграла

$$\int_1^3 \frac{\sin x dx}{x}$$

с точностью  $\varepsilon_1 = 10^{-3}$  и  $\varepsilon_2 = 10^{-6}$ . Для каждого случая указать число членов ряда, потребных для достижения заданной точности на верхнем и нижнем пределах интегрирования. Указать также и значения частичных сумм.

11) Разложить в ряд Фурье:

а) периодическую функцию с периодом  $T = 4$ .



б) функцию, заданную на промежутке  $(0, \pi)$ , продолжая ее периодически, а также четным и нечетным образом.

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}; \\ -1, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases}$$

Построить график суммы полученного ряда.

12) Пользуясь табличными разложениями функций в ряд Фурье, найти сумму числового ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin 2n}{n}$$