

1. Пользуясь определением найти сумму ряда:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots$$

Вычислить частичные суммы  $S_n$  для  $n = 5, 10, 100$ . Для каждого случая найти абсолютную,  $\Delta_n$ , и относительную,  $\delta_n$ , погрешности приближенного равенства  $S = S_n$ . Результаты занести в таблицу. 2 ) Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды: 2

а)  $\frac{(1!)^2}{2!} + \frac{(2!)^2}{4!} + \frac{(3!)^2}{6!} + \dots,$

б)  $2 - \frac{3}{4} + \frac{4}{9} - \frac{5}{16} + \dots,$

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^{n+1}}{2^n} + i \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)} \right).$

3) Найти и изобразить на чертеже область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x+2)^n}{n^2}.$$

Вычислить его сумму с точностью  $\varepsilon_1 = 10^{-2}$  и  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$  в точках  $-2 \pm k * R/5$ , где  $k = \overline{0, 4}$ ,  $R$  - радиус сходимости. 4) Разложить функцию

$$f(x) = \ln(e+x)$$

в ряд Маклорена . Определить область сходимости полученного ряда.

Эта задача во всех вариантах решается с помощью готовых разложений. В данном случае необходимо воспользоваться рядом

5) Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 6x + 6}$  в ряд Тейлора по степеням  $x + 3$  и найти область сходимости полученного ряда.

6) Найти круг сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{(2n+1)(3+4i)^n}.$$

7) Найти область определения для функции  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|}{x^2 + n^2}$  и исследовать ее на дифференцируемость.

8) Представить в виде степенного ряда решение дифференциального уравнения  $y' = y^3 + x^2$ ,  $y(0) = 1/2$ . Найти  $n = 3$  ненулевых членов ряда. Если возможно – записать выражение для общего члена ряда. Построить график точного и приближенного решений и сравнить их.

9) Найти ограниченное решение уравнения Бесселя

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - 1/4) y = 0$$

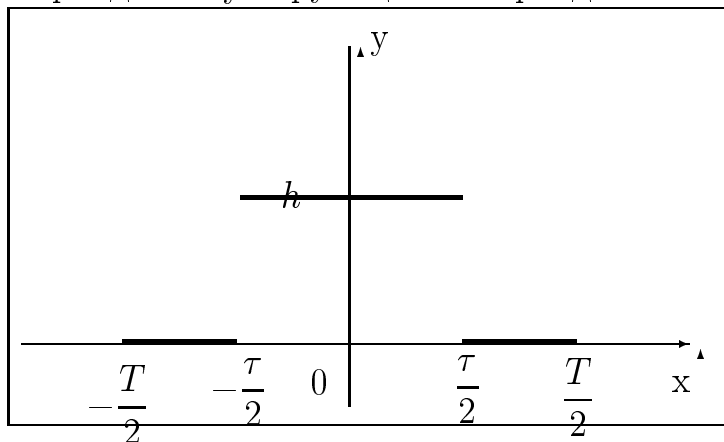
10) Используя ряды вычислить приближенно значение интеграла

$$\int_1^2 x^2 \cos(x^2) dx$$

с точностью  $\varepsilon_1 = 10^{-3}$  и  $\varepsilon_2 = 10^{-6}$ .

11) Разложить в ряд Фурье:

а) периодическую функцию с периодом  $T$ .



б) функцию, заданную на промежутке  $[0, 2\pi]$ , продолжая ее периодически, а также четным или нечетным образом.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq \pi; \\ 0, & \pi < x \leq 2\pi. \end{cases}$$

Построить график суммы полученного ряда.

12) Пользуясь "табличными" разложениями функций в ряд Фурье, найти сумму числового ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n + 8)}{(4n + 3)(4n + 5)}$$