

1. Пользуясь определением найти сумму ряда:

$$\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 10} + \dots$$

Вычислить частичные суммы S_n для $n = 5, 10, 100$. Для каждого случая найти абсолютную, Δ_n , и относительную, δ_n , погрешности приближенного равенства $S = S_n$. Результаты занести в таблицу.

2) Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды:

а) $\sin 1 + \sin \frac{1}{2} + \sin \frac{1}{3} + \dots$,

б) $\frac{4}{1^2} - \frac{4}{3^2} + \frac{4}{5^2} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}4}{(2n-1)^2} + \dots$,

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(1)}{5^n} + i \frac{(-1)^n}{(n-1)!2^{n-1}} \right)$.

3) Найти и изобразить на чертеже область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^2+1}$. Вычислить его сумму с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-2}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ в точках $4 \pm k * R/5$, где $k = \overline{0, 4}$, R - радиус сходимости.

4) Разложить функцию

$$f(x) = 3 \cos^2 x - \sin^2 x$$

в ряд Маклорена . Определить область сходимости полученного ряда.

Эта задача во всех вариантах решается с помощью готовых разложений.

5) Разложить функцию $f(x) = \frac{1+x}{(1-x)^2}$ в ряд Тейлора по степеням $x+1$ и найти область сходимости полученного ряда.

6) Найти круг сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(z-3+4i)^n}{2n+1}$$

7) Можно ли почленно дифференцировать записанный ряд ?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2 x}{n\sqrt{n}}$$

8) Представить в виде степенного ряда решение дифференциального уравнения $y' = 1 + e^{2xy}$, $y(0) = 0$. Найти $n = 3$ ненулевых членов ряда. Если возможно – записать выражение для общего члена ряда. Построить график точного и приближенного решений и сравнить их.

it 9) Найти ограниченное решение уравнения Бесселя

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - 1) y = 0$$

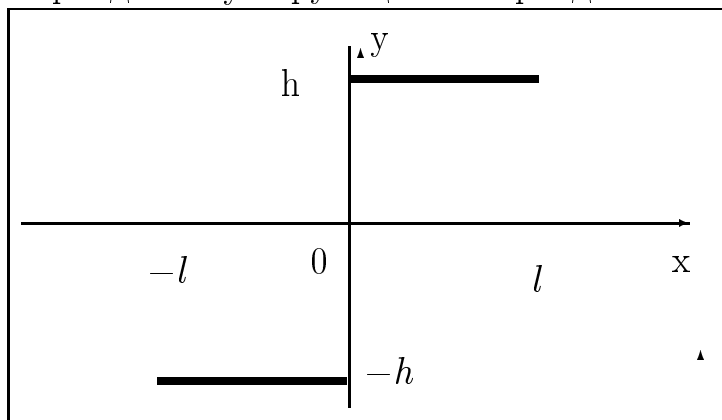
10) Используя ряды вычислить приближенно значение интеграла

$$\int_{0.1}^{0.5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^5}}$$

с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-3}$ и $\varepsilon_2 = 10^{-6}$. Для каждого случая указать число членов ряда, потребных для достижения заданной точности на верхнем и нижнем пределах интегрирования. Указать также и значения частичных сумм.

11) Разложить в ряд Фурье:

а) периодическую функцию с периодом $T = 2l$.



б) функцию, заданную на промежутке $[0, \pi]$, продолжая ее периодически, а также четным и нечетным образом.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; \\ \sin x, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases}$$

Построить график суммы полученного ряда.

12) Пользуясь "табличными" разложениями функций в ряд Фурье, найти сумму числового ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$