

Примеры. Порождающая матрица линейного кода над полем $\mathbf{GF}(4) =$

$$\{0, 1, \alpha, \beta\} G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \beta \end{pmatrix}$$

Составить синдромную таблицу декодирования.

Решение. Найдем проверочную матрицу, это легко, т.к. порождающая матрица имеет систематический вид: $H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & \alpha & \beta & 0 & 1 \end{pmatrix}$

И матрица не имеет нулевых столбцов, значит $d^* > 1$, нет двух пропорциональных столбцов — $d^* > 2$. Однако есть три линейно-зависимых столбца — $h_1 = h_5 + h_6$. Поэтому $d^* = 3$. При такой разреженности код исправляет одну ошибку. В качестве лидеров смежных классов можно взять вектора единичного веса — возможные вектора ошибок.

Лидер, \mathbf{e}	Синдром, $s(\mathbf{e})$
(00000)	00
00001	01
00010	10
00100	1β
01000	1α
10000	11
0000 α	0α
000 α 0	$\alpha 0$
00 α 00	$\alpha 1$
0 α 000	$\alpha\beta$
α 0000	$\alpha\alpha$
0000 β	0β
000 β 0	$\beta 0$
00 β 00	$\beta\alpha$
0 β 000	$\beta 1$
β 0000	$\beta\beta$

Декодирование:

принятый вектор, \mathbf{r}	синдром, $s(\mathbf{r})$	$\mathbf{r} - \mathbf{e}$	кодированное слово
$\alpha\alpha 001$	00	$\alpha\alpha 001 - 00000$	$\alpha\alpha 001$
$\alpha 0101$	$\beta 0$	$\alpha 0101 - 000\beta 0$	$\alpha 01\beta 1$
$0\beta 010$	$\alpha 1$	$0\beta 010 - 00\alpha 00$	$0\beta\alpha 10$
$00\alpha 0\beta$	$\alpha\alpha$	$00\alpha 0\beta - \alpha 0000$	$\alpha 0\alpha 0\beta$
$110\alpha\beta$	$\alpha 0$	$110\alpha\beta - 000\alpha 0$	1100β

Код систематический — первые три символа информационные.