# ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

вспомогательные материалы
для студентов очного и дистанционного
обучения радиотехнического факультета

Екатеринбург 2008

УДК 373:53

Составители А.Л. Крохин

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА./ А.Л. Крохин. Екатеринбург: , 2008. 20 с.

Рис. 69.

Подготовлено кафедрой
"Вычислительные методы и уравнения
математической физики".

Тема: Множества, операции. Бинарные отношения

# 1 Задание №1 по ДМ в потоке Крохина А.Л. ИРИТ-РтФ 2013 Множества, отношения

## 1.1 Задачи на множества и бинарные отношения

- Понятие множество. Разные способы задания и записи.
- Сумма, пересечение, разность, дополнение, симметричная разность.
- Отношение между множествами. Отображение. Функция.
- Отношение на множестве. Свойства.
- Эквивалентность.
- Порядок.

**Пример**. Отношение на множестве $a = \{\square, \triangle, \bigstar, \bigcirc\}$ задано списком $R = \{(\square, \square), (\square, \triangle), (\square, \bigstar), (\triangle, \square), (\bigstar, \square), (\bigstar, \bigstar), (\bigcirc, \bigstar), (\bigcirc, \bigcirc)\}$. Записать его матрицу (таблицу) и проверить свойства. Изобразить графически.

Решение

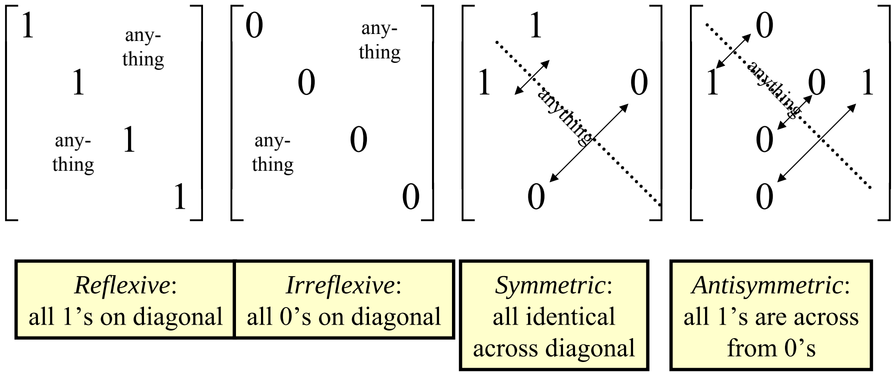
| | $\square$ | $\triangle$ | $\bigstar$ | $\bigcirc$ |
|---|---|---|---|---|
| $\square$ | 1 | 1 | 1 | 0 |
| $\triangle$ | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $\bigstar$ | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $\bigcirc$ | 0 | 0 | 1 | 1 |

Если сохранить исходную нумерацию, то можно записать матрицу

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Матричное описание очень удобно для изучения свойств отношения.

Поскольку на главной диагонали есть и нули, и единички, то нет ни рефлексивности, ни антирефлексивности. То же можно сказать и о симметричности и антисимметричности — нет этих свойств.




Добавьте недостающие единички на главной диагонали. Получите матрицу *рефлексивного замыкания*.

Если же добавить единички (по одной для каждой недиагональной единички) так, чтобы матрица стала симметричной, то получим симметричное замыкание.

Для анализа наличия или отсутствия транзитивности нужно вычислить **булев** квадрат матрицы $M$. Фактически, матрица $M^2$ будет матрицей композиции $R \circ R = R^2$. Повторяя, получим $R \circ R \circ \ldots R$ — отношение, которое называют степенью отношения $R$.

Вычисляя матричный элемент $(M^2)_{ij} = \sum_{k=1}^{n}(M)_{i,k}(M)_{k,j}$, мы фактически проверяем наличие в отношении двух пар вида $(a, b)$ и $(b, d)$: а)при этом $(M)_{i,k} = (M)_{k,j} = 1$ и $1 \wedge 1 = 1$; б)и сумма по $k$ будет равна единичке, поскольку булева сумма равна нуль только если все слагаемые нули. Поэтому $(M^2)_{ij} = \sum_{k=1}^{n}(M)_{i,k}(M)_{k,j} = 1$.

Дальше сравниваем $(M^2)_{ij}$ и $(M)_{ij}$. Если $(M)_{ij} = 1$, то пара $(a, d)$ в отношении присутствует.

Сравнение двух матриц можно выполнить поэлементным булевым умножением($\wedge$). $0 \wedge 0 = 0$, $0 \wedge 1 = 0$, $1 \wedge 0 = 0$, $1 \wedge 1 = 1$. Если получится нулевая матрица — все элементы различные. Если совпадают — в соответствующем месте будет единичка.

Выполним поэлементное булево сложение ($\vee$) $M$ и $M^2$.$0 \vee 0 = 0$, $0 \vee 1 = 1$, $1 \vee 0 = 1$, $1 \vee 1 = 1$. В результате единички будут стоять на тех местах, где имеется единичка хотя бы у одной из матриц. Затем сравним полученную матрицу с исходной. В случае совпадения — изучаемое отношение *транзитивно*.

**Пример.** Пусть матрица бинарного отношения равна

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Найдем $M^2$.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

А теперь получим матрицу $M_{R\cup R^2}$, для чего выполним поэлементное булево сложение $M$ и $M^2$.

$$M_{R\cup R^2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = M.$$

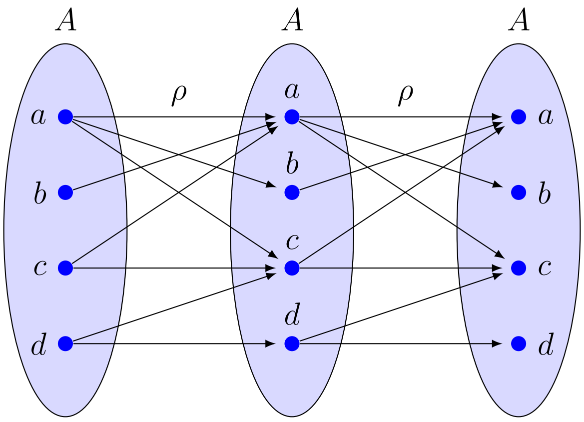
Изучаемое отношение *транзитивно*. В этом можно убедиться и непосредственно, поскольку отношение включает лишь пять пар: $\{(a, b), (a, d), (c, b), (c, d), (d, b)\}$.

Действительно, $(c, d)$ и $(d, b) \to (c, b)$. $(a, d)$ и $(d, b) \to (a, b)$.

Известно, что транзитивное замыкание есть объединение степеней исходного отношения. Если $R \cup R^2 = R$, то исходное отношение транзитивно. В противном случае вычисляем следующую степень.

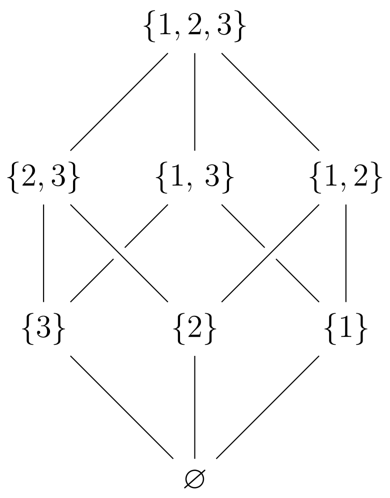
(Обозначения см., например, [**?**]

А это отношение на множестве $A$.




**Пример**. Рассмотрим множество всех подмножеств $\{1, 2, 3\}$. Оно состоит из $2^3 = 8$ элементов. Определим отношение $\subseteq$. Это отношение рефлексивно, антисимметрично и транзитивно — частичный порядок. Структура отношения наглядно представляется диаграммой Хассе.

Диаграмма Хассе




**Пример** Пусть $\rho$ — эквивалентность, $\sigma$ — частичный порядок на $X$. Какими основными свойствами обладают отношения $\rho^2$, $\sigma^2$, $\rho\circ\sigma$, $\sigma\circ\rho$?

**Решение** Композицией двух отношений $\rho$ и $\sigma$ на $X$ называется отношение $\rho\circ\sigma$: $x\rho y \bigwedge y\sigma z \Rightarrow x\rho\circ\sigma z$. Иначе, если пара $(x,\, y)\in\rho$, а пара $(y,\, z)\in\sigma$, то пара $(x,\, z)\in\rho\circ\sigma$.

а) $\rho^2$ совпадает с $\rho$, поскольку любая пара элементов из $X$, принадлежащая $\rho$, будет принадлежать и $\rho^2$. Например, $\forall x\in X\, x\rho x\Rightarrow x\rho^2 x$, кроме того $x\rho y\Rightarrow y\rho y$, а, значит $x\rho^2 y$. Поэтому $\rho^2$ как и $\rho$ — рефлексивно, симметрично, транзитивно.

б) Точно так же можно убедиться, что $\sigma^2$ совпадает с $\sigma$, и поэтому оно — рефлексивно, антисимметрично, транзитивно.

в) Отношения $\rho\circ\sigma$ и $\sigma\circ\rho$ рефлексивны: $x\rho x,\ x\sigma x\Rightarrow x\rho\circ\sigma x$.

Контрпример на транзитивность: $X=\mathbb{N}$, $x\sigma y \rightleftharpoons x|y$, отношение $\rho$ определено разбиением на классы $\{\{1,\,2\},\,\{3,\,4\},\,\{5,\,6\},\ldots\}$.

Тогда $4\rho\circ\sigma 6$, $6\rho\circ\sigma 10$, поскольку $4\rho 3\bigwedge 3\sigma 6$, $6\rho 5\bigwedge 5\sigma 10$, но пара $(4,\,10)\notin\rho\circ\sigma$: ведь $4\rho 3\big((4,\,3)\in\rho\big)$, а $3\nmid 10$. Далее, $4\sigma 8$, $8\rho 7\Rightarrow 4\sigma\rho 7$, и $7\sigma 14$, $14\rho 13\Rightarrow 7\sigma\circ\rho 13$, поэтому $4\sigma\circ\rho 7$, $7\sigma\circ\rho 13$, но $(4,\,13)\notin\sigma\circ\rho$.

Контрпример на сим- и антисимметричность: $4\rho\circ\sigma 6$, но $(6,\,4)\notin\rho\circ\sigma$, поскольку $6\rho 5$, но $5\nmid 4$.

Рефлексивное замыкание $\sigma$ бинарного отношения $\rho$ на $X$

$\sigma=\{(a,\,a),\,(b,\,b),\,(a,\,b)|(a,\,b)\in\rho\}$

Рефлексивным замыканием $\sigma$ бинарного отношения $\rho$ на $X$ называется наименьшее бинарное отношение, которое содержит $\rho$ и которое рефлексивно.

## 1.2 Задачи ИДЗ

*Слова "можно на конкретных примерах" означают, что вы строите самостоятельно нетривиальные отношения (задавая их таблицами не менее 5x5, к-во "единичек"не менее 10-ти), удовлетворяющие нужным условиям. Затем выполняете с этими отношениями операции(результаты в виде таблиц) и убеждаетесь в наличии определенных свойств.*

**Вариант №1**

1. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: а) $a > b$;

2. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ рефлексивны, то рефлексивны и отношения $\rho \cap \sigma$, $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

3. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x \rho y \Leftrightarrow x^2 = y^2$

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

а) $A \cup C$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

а) $A \cap \varnothing$;

6. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C == \{10, 11, 12, 13\}$;$D = \{\Box,\ \triangle,\ \bigcirc,\ *\}$.

Пусть $R \subseteq A \otimes B$, $S \subseteq B \otimes C$, $T \subseteq C \otimes D$ определены следующим образом

$$R = \{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\};$$

$$T = \{(11, \triangle), (10, \triangle), (13, *), (12, \Box), (13, \bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:

а) $R^{-1}$ и $S^{-1}$;

## Вариант №2

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение:

Если отношения $\rho$, $\sigma$ симметричны, то симметричны и отношения $\rho\cap\sigma$, $\rho\cup\sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x\rho y \Leftrightarrow x^2+y^2=1$

3. Записать список элементов множества $A\bigotimes B$ $A=\{0,1,2,3\}$ $B=\{0,1,2,3,4\}$ , удовлетворяющих условиям: b) $a+b=3$;

4. Пусть $A=\{1,\ 2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{2,4,6,8,10\}$, а $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

Описать списком следующие множества:

б) $A\cap B$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

б) $A\triangle A=\varnothing$;

6. Пусть $A=\{1,2,3,4,5\}$; $B=\{6,7,8,9\}$; $C==\{10,11,12,13\}$;$D=\{\Box,\ \triangle,\ \bigcirc,\ *\}$.

Пусть $R\subseteq A\otimes B$, $S\subseteq B\otimes C$, $T\subseteq C\otimes D$ определены следующим образом

$$R=\{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S=\{(6,10),(6,11),(7,10),(8,13)\};$$

$$T=\{(11,\triangle),(10,\triangle),(13,*),(12,\Box),(13,\bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:

б) $S\circ R$

## Вариант №3

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение:

Если отношения $\rho$, $\sigma$ антисимметричны, то антисимметрично только отношение $\rho \cap \sigma$, но не $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

2. $x\rho y \Leftrightarrow x \cdot y > 1$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: с) $a|b$;

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

в) $A \cap (B \cup C)$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

в) если $A \subseteq B$, то $A \cap B = A$;

6. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C == \{10, 11, 12, 13\}$;$D = \{\square,\ \triangle,\ \bigcirc,\ *\}$.

Пусть $R \subseteq A \otimes B$, $S \subseteq B \otimes C$, $T \subseteq C \otimes D$ определены следующим образом

$$R = \{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\};$$

$$T = \{(11, \triangle), (10, \triangle), (13, *), (12, \square), (13, \bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:

в) $S \circ S^{-1}$ и $S^{-1} \circ S$;

## Вариант №4

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ транзитивны, то транзитивно только отношение $\rho \cap \sigma$, но не $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$
$x \rho y \Leftrightarrow y = |x|$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: d) НОД$(a, b) = 1$;

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

г) $(A \cap B) \cup C$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

г) если $A \cap B = A$, то $B \subseteq A$;

6. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C == \{10, 11, 12, 13\}$;$D = \{\Box, \triangle, \bigcirc, *\}$.

Пусть $R \subseteq A \otimes B$, $S \subseteq B \otimes C$, $T \subseteq C \otimes D$ определены следующим образом

$$R = \{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\};$$

$$T = \{(11, \triangle), (10, \triangle), (13, *), (12, \Box), (13, \bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:

г) $R^{-1} \circ S^{-1}$

## Вариант №5

1. Определим на множестве $\mathbb{C}$ бинарные отношения $\rho$ и $\varphi$: $z_1 \rho z_2 \Leftrightarrow |z_1| \leq |z_2|$, $z_1 \varphi z_2 \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2$. Найти(описать) отношения $\rho \cap \varphi$, $\rho \cup \varphi$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$
$x \rho y \Leftrightarrow x^3 + x = y^3 + y$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: а) $a > b$;

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:
д) $\overline{(A \cap B)}$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:
д) $A \setminus A = A$;

6. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C == \{10, 11, 12, 13\}$;$D = \{\Box, \triangle, \bigcirc, *\}$.

Пусть $R \subseteq A \otimes B$, $S \subseteq B \otimes C$, $T \subseteq C \otimes D$ определены следующим образом

$$R = \{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\};$$

$$T = \{(11, \triangle), (10, \triangle), (13, *), (12, \Box), (13, \bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:
д) $T \circ (S \circ R)$;

**Вариант №6**

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение:

Если отношения $\rho$, $\sigma$ рефлексивны, то рефлексивны и отношения $\rho \cap \sigma$, $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x \rho y \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + y$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: c) $a|b$;

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

e) $\overline{A} \cap \overline{B}$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

e) $\overline{(A \otimes B)} = \overline{A} \otimes \overline{B}$.

6. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C == \{10, 11, 12, 13\}$;$D = \{\square,\ \triangle,\ \bigcirc,\ *\}$.

Пусть $R \subseteq A \otimes B$, $S \subseteq B \otimes C$, $T \subseteq C \otimes D$ определены следующим образом

$$R = \{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\};$$

$$T = \{(11, \triangle), (10, \triangle), (13, *), (12, \square), (13, \bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:

e) $T \circ S$;

## Вариант №7

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ симметричны, то симметричны и отношения $\rho \cap \sigma$, $\rho \cup \sigma$.

2. Пусть отношения $U, V \subseteq R \times R$ определены указанным ниже способом $U = \{(x,\, y) : y = x^2 + 5)\}$ и $V = \{(x,\, y) : y = 3x\}$.

а) Опишите отношение $U \circ V$ аналитически и графически.

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: b) $a + b = 3$;

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

ж) $A \triangle B$;

5. Определите, какие из приведенных утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

а) $A \cup \varnothing = A$

6. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{6, 7, 8, 9\}$; $C == \{10, 11, 12, 13\}$;$D = \{\Box,\ \triangle,\ \bigcirc,\ *\}$.

Пусть $R \subseteq A \otimes B$, $S \subseteq B \otimes C$, $T \subseteq C \otimes D$ определены следующим образом

$$R = \{(1,\ 7),\ (4,\ 6),\ (5,\ 6),\ 2,\ 8)\}$$

$$S = \{(6, 10), (6, 11), (7, 10), (8, 13)\};$$

$$T = \{(11, \triangle), (10, \triangle), (13, *), (12, \Box), (13, \bigcirc)\}$$

Определите отношения списком и таблицей:

ж) $(T \circ S) \circ R$.

## Вариант №8

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение:

Если отношения $\rho$, $\sigma$ антисимметричны, то антисимметрично только отношение $\rho \cap \sigma$, но не $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x \rho y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Z}$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: c) $a|b$;

4. Пусть $A = \{1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

з) $A \setminus B$.

5. Определите, какие из приведенных утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

б) $A \vartriangle \varnothing = A$;

6. Пусть $A = \{(b, a), (c, e), (d, i), (f, o)(g, u)\}$ и $B = \{(v, a), (w, e), (x, i), (y, o), (z, u)\}$.

а) Опишите отношение $A^{-1.}$

## Вариант №9

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ транзитивны, то транзитивно только отношение $\rho \cap \sigma$, но не $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$
$x \rho y \Leftrightarrow x^2 = y^2$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: а) $a > b$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

а) $A \setminus C$

5. Определите, какие из приведенных утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

в) если $A \subseteq B$, то $A \cup B = A$;

6. Пусть $A = \{(b, a), (c, e), (d, i), (f, o)(g, u)\}$ и $B = \{(v, a), (w, e), (x, i), (y, o), (z, u)\}$.

б) Опишите отношение $B^{-1}$.

## Вариант №10

1. Определим на множестве $\mathbb{C}$ бинарные отношения $\rho$ и $\varphi$: $z_1 \rho z_2 \Leftrightarrow |z_1| \leq |z_2|$, $z_1 \varphi z_2 \Leftrightarrow \arg z_1 = \arg z_2$. Найти(описать) отношения $\rho \cap \varphi$, $\rho \cup \varphi$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$
$x \rho y \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: а) $a > b$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,
$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$,
$C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$,
а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
Описать списком следующие множества:
б) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$;

5. Определите, какие из приведенных утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:
г) если $A \cup B = A$, то $B \subseteq A$;

6. Пусть $A = \{(b, a), (c, e), (d, i), (f, o)(g, u)\}$ и $B = \{(v, a), (w, e), (x, i), (y, o), (z, u)\}$.
в) Опишите отношение $A^{-1} \circ B$.

## Вариант №11

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение:

Если отношения $\rho$, $\sigma$ рефлексивны, то рефлексивны и отношения $\rho \cap \sigma$, $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x \rho y \Leftrightarrow x \cdot y > 1$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: b) $a + b = 3$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

; в) $A \cap (B \cap \overline{C})$;

5. Определите, какие из приведенных утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

д) $A \setminus \varnothing = A$.

6. Пусть $A = \{(b, a), (c, e), (d, i), (f, o)(g, u)\}$ и $B = \{(v, a), (w, e), (x, i), (y, o), (z, u)\}$.

г) Опишите отношение $B^{-1} \circ A$.

## Вариант №12

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ симметричны, то симметричны и отношения $\rho \cap \sigma$, $\rho \cup \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$
$x\rho y \Leftrightarrow y = |x|$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: b) $a + b = 3$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3\}$, а $B = \{a, b\}$. Описать списком следующие множества: а) $A \otimes A$; б) $B \otimes A$; в) $A \triangle B$ Б.

5. Определите, какие из приведенных утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:
д) $A \setminus \varnothing = A$.

6. Пусть отношения $U, V \subseteq R \times R$ определены указанным ниже способом $U = \{(x,\, y) : y = x^2 + 5)\}$ и $V = \{(x,\, y) : y = 3x\}$.
а) Опишите отношение $U \circ V$.

## Вариант №13

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ антисимметричны, то антисимметрично только отношение $\rho \cap \sigma$, но не $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x \rho y \Leftrightarrow x^3 + x = y^3 + y$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: c) $a|b$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

г) $(A \cup C) \setminus \overline{B}$;

5. Докажите, что $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. Нарисовать диаграмму Вена

6. Пусть отношения $U, V \subseteq R \times R$ определены указанным ниже способом $U = \{(x,\, y) : y = x^2 + 5)\}$ и $V = \{(x,\, y) : y = 3x\}$.

б) Опишите отношение $V \circ U$.

## Вариант №14

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение: Если отношения $\rho$, $\sigma$ транзитивны, то транзитивно только отношение $\rho \cap \sigma$, но не $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$
$x \rho y \Leftrightarrow x^2 + x = y^2 + y$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: а) $a > b$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

д) $(A \setminus \emptyset) \cup (A \setminus A)$;

5. Докажите, что $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$. Нарисовать диаграмму Вена.

6. Пусть отношения $U, V \subseteq R \times R$ определены указанным ниже способом $U = \{(x,\ y) : y = x^2 + 5)\}$ и $V = \{(x,\ y) : y = 3x\}$.

в) Опишите отношение $U^{-1}$.

## Вариант №15

1. Доказать (можно на конкретных примерах) следующее утверждение:

Если отношения $\rho$, $\sigma$ рефлексивны, то рефлексивны и отношения $\rho \cap \sigma$, $\rho \cup \sigma$, $\rho \circ \sigma$.

2. Какими свойствами обладают отношения на $\mathbb{R}$

$x \rho y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Z}$

3. Записать список элементов множества $A \bigotimes B$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , удовлетворяющих условиям: d) НОД$(a, b) = 1$;

4. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, а $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Описать списком следующие множества:

е) $B \triangle C$;

5. Определите, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны. Нарисовать диаграмму Вена:

а) $A \cap \varnothing$;

б) $A \triangle A = \varnothing$;

6. Пусть отношения $U, V \subseteq R \times R$ определены указанным ниже способом $U = \{(x,\, y) : y = x^2 + 5)\}$ и $V = \{(x,\, y) : y = 3x\}$.

г) Опишите отношение $V^{-1}$.