Дифференциальные уравнения

Вариант 11

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $xy' = x + y/2;$
2. $\dfrac{y}{x^2}dx - \dfrac{xy+1}{x}dy = 0;$
3. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{x} - xy^2;$
4. $\left(3\dfrac{v^2}{t^2} + \ln v\right)\dot{v} = \dfrac{2v^2}{t^3};$
5. $y'\cos x - y\sin x = \sin 2x.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $xdy - (x+y)dx = 0,\ y(1) = 3;$
7. $3e^{x^2}\operatorname{tg} y dx + (1+e^x)\sec^2 y dy = 0,\ y(0) = \pi/4;$
8. $y + xy' = x^2yy',\ y(2) = e.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $yy''' + (y')^2 = 2x;$
10. $(x^2+1)(y'^2 - yy'') = xyy';$
11. $y'' = \left(\sqrt{1+y'^2}\right)^3;$
12. $y''\operatorname{tg} x = y' + 1;$
13. $y''' = \dfrac{x}{(x+2)^5},\ y(1) = y'(1) = 0.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{x,\ x^3,\ |x^3|\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 3y' = 9x^2 + 1 + 3\sin 3x - \cos 3x;$
16. $y'' + y = 4\cos x + (x^2+1)e^x,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1;$
17. $y''' - 2y'' = 4 + 3xe^{2x};$
18. $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{\sqrt{4-x^2}};$
19. $y'' + 9y = \dfrac{9}{\cos(3x)},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0;$
20. $x^2y'' + xy' - 9y = 3 - 9 - 5x^2.$

Дифференциальные уравнения

Вариант 12

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $y' - y\dfrac{2x-1}{x^2} = 1;$
2. $d\rho + \rho \operatorname{ctg}\varphi \, d\varphi = 0;$
3. $(x + ye^{-1/y})dy - y^2 dx = 0;$
4. $(4x - 3y)dx + (2y - 3x)dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

5. $2(xy + y) = y^2 \ln x,\ y(1) = 3;$
6. $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \dfrac{y}{x},\ y(1) = 0;$
7. $\dfrac{1}{v} + \dfrac{s^2}{v^2} = \dfrac{2s}{v}\dfrac{ds}{dv},\ s(1) = 0;$
8. $y/ + \dfrac{y}{x=1} + y^2 = 0,\ y(0) = 1.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $y''' \sin^4 x = \sin 2x;$
10. $y'' + \dfrac{2}{1-y}{y'}^2 = 0;$
11. $((y')^2 + yy) = 4x^2 + 1;$
12. $(x+1)y'' + x(y')^2 = y',\ y(1) = -2,\ y'(1) = 4;$
13. $\dfrac{y}{y'+1} = \dfrac{y'}{y''},\ y(0) = 0,\ y'(0) = -1.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{\cos^2 x, \sin^2 x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 2y' = \cos^2 x;$
16. $y'' - 2y' + 10y = \sin + 2,\ y(0) = 2,\ y'(0) = -1;$
17. $y''' - 6y'' + 9y' = -3 - 36x + 3e^{3x};$
18. $y'' - 4y' - 4y = \sin^3 x;$
19. $y'' - y' = \dfrac{1}{2e^x + 1},\ y(0) = \ln 27,\ y'(0) = \ln 9 - 1;$
20. $x^2 y'' - 4xy' + 4y = \dfrac{30}{x}.$

Дифференциальные уравнения

Вариант 13

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(y+\sqrt{xy})\,dx = x\,dy$;   2. $\sin y = xy' + y'\sin y \operatorname{tg}\dfrac{y}{2}$;
3. $\left(\dfrac{xt}{\sqrt{1+x^2}} + 2xt - \dfrac{t}{x}\right)\dot{x} + \sqrt{1+x^2} + x^2 - \ln x = 0$;
4. $(x^2y + x^2)\,dx + (x^3-1)(y-1)\,dy = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

5. $y' + y = 2x,\ y(0) = -1$;
6. $3y^2y' + y^3 = x + 1,\ y(1) = -1$;
7. $(y + \sqrt{x^2+y^2})\,dx - x\,dy = 0,\ y(1) = 0$;

III. Решить ДУ высших порядков

8. $y''' = x^2 - \cos(x/2) + 1$;
9. $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y''$;
10. $xy'' = y'(\ln y' - \ln x)$;
11. $y(xy'' + y') + xy'^2 = 0$;
12. $(1+y^2)\,y'' = 2y(y')^2,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 5$;
13. $y'' = e^{2y},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{\cos^2 x, \sin^2 x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' + y' = 12x^2 + 4x^3 - 2\sin x$;
16. $y'' + 4y = 2\sin 2x - 3\cos 2x + 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1$;
17. $y''' + 2y'' + y' = (6-6x)e^{-x} + 2$;
18. $y'' + y = \operatorname{tg} x$;
19. $y'' + 6y' + 8y = \dfrac{4e^{-2x}}{e^{2x}+2},\ y(0) = y'(0) = 0$;
20. $x^2y'' - 2xy' - 4y = 20 - 18x$.

Дифференциальные уравнения

Вариант 14

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $xye^{x/y} + y^2)\,dx = x^2e^{x/y}$;
2. $\sec^2\theta\,\mathrm{tg}\,y\,d\theta + \sec^2 y\,\mathrm{tg}\,\theta\,dy = 0$;
3. $(x^2 - \sin^2 y)\,dx + x\sin 2y\,dy = 0$;
4. $\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)dx + \left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \dfrac{1}{y} - \dfrac{x}{y^2}\right)dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

5. $xy' + y - e^x = 0,\ y(0) = b$;
6. $2xy' - 6y = x^2y^2,\ y(1) = 5$;
7. $(x+2y)\,dx - x\,dy = 0,\ y(1) = 1.$

III. Решить ДУ высших порядков

8. $xy'' = y' + x\sin(y'/x)$;
9. $4x^2y^3y'' = x^2 - y^4$;
10. $y'''x\ln x = y''$;
11. $4y^3y'' = y^4 - 16,\ y(0) = q\sqrt{2},\ y'(0)1/\sqrt{2}$;
12. $y''' = 6/x^3,\ y(1) = 2,\ y'(1) = y''(1) = 1.$

IV. Теория ЛДУ.

13. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{\cos^2 x, \sin^2 x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

14. $y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}$;
15. $y'' - 2y' = e^{2x} + 5,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$;
16. $y''' - y'' = \sin x - 4\cos x + 4xe^{-x}$;
17. $y'' + 4y' + 4y = \dfrac{e^{-2x}}{x^3}$;
18. $y''' + 3y'' + 2y' = x^2 + 2x$;
19. $x^2y'' + 4xy' - 4y = \dfrac{6}{x^2}.$

Дифференциальные уравнения

Вариант 15

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $2\sqrt{y-y^2}-\dfrac{1-x^2}{y}y'=0;$
2. $y'-y\operatorname{tg}x=\operatorname{ctg}x;$ 3. $2xyy'=2y^2+\sqrt{y^4+x^4};$
4. $\left(\ln x=1+\dfrac{y^2}{x}\right)dx+2y\ln x\,dy=0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

5. $(x-y)\,dx+x\,dy=0,\ y(1)=2;$
6. $\dfrac{2xdx}{y^3}+\dfrac{y^2-3x^2}{y^4}dy=0,\ y(1)=1;$
7. $xy'+y=xy^2,\ y(1)=1;$
8. $xy'-4y=x^2\sqrt{y},\ y(1)=1.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $(1+x^2)y''+(y')^2+1=0;$
10. $\dfrac{y''}{y'}=\dfrac{2yy'}{y^2+1};$
11. $yy'+xyy''+xy'^2=x^3;$
12. $y'''=xe^x,\ y(0)=y'(0)=y''(0)=0;$
13. $(xy''-y')y'=x^3,\ y(1)=1,\ y'(1)=0.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{1,\ \sin 2x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y''-7y'+6y=(x-1)\cos x+2\sin x;$
16. $y''-36y=-e^{5x}+\sin 6x,\ y(0)=1,\ y'(0)=1;$
17. $y'''-3y'+2y=e^{-x}(4x^2+4x-10)+2e^x;$
18. $y''-2y'+y=\dfrac{e^x}{x^2+1};$
19. $y''+y=4\operatorname{ctg}x,\ y(\pi/2)=4,\ y'(\pi/2)=4;$
20. $x^2y''+6xy'+4y=9+4\ln x.$