

# Дифференциальные уравнения

Вариант 16

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1.  $2xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y;$
2.  $y' + 2y/x = x^3;$
3.  $y' + 2xy = 2x^3y^3;$
4.  $y' - x^2y^2 = y^2$
5.  $(2x + 1) \sin y^2 dx = \sin y^2 dy - 2(x^2y + xy - y^2) \cos y^2 dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6.  $(x^2 + y^2) dx + 2x\sqrt{ax - x^2} dx = 0, y(a) = 0;$
7.  $e^{-x} dy = (x + y)e^{-1} dx, y(0) = 1;$
8.  $xy' = xe^{y/x} + y, y(1) = 0.$

III. Решить ДУ высших порядков

9.  $y'' = (1 + y'^2)^{3/2};$
10.  $y'' = 3y';$
11.  $x^2yy'' = (y - xy')^2;$
12.  $2y' + (y'^2 - 6x)y'' = 0, y(2) = 0, y(2) = 2;$
13.  $y''' = 4 \cos 2x - x, y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения  $\{1, \sin 2x (\sin x - \cos x)^2\}$ . Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15.  $y'9y = e^{3x} \cos x - 9x + \sin 3x;$
16.  $y'' - 6y' + 9y = 3x - 8e^x, y(0) = -1, y'(0) = 1;$
17.  $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 2x + 3 - 2e^x;$
18.  $y'' + 4y = 4 \operatorname{ctg} 2x, y(\pi/4) = 3, y'(\pi/4) = 2;$
19.  $y'' - y = \frac{1}{e^x + 2};$
20.  $x^2y'' - 5xy' + 8y = 25x^3.$