

Дифференциальные уравнения

Вариант 17

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0;$
2. $\left(2t + \frac{t^2 + x^2}{t^2 x}\right) dt = \frac{t^2 + x^2}{tx^2} dx;$
3. $(4xy + 5) dy - y^2 dx = 0;$
4. $y' + y \cos x = \sin 2x$
5. $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right) dx - 2\frac{y}{x^3} dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $(r^2 + 1) dr + (r + 1) \operatorname{tg} \varphi d\varphi, r(\pi) = 1;$
7. $\frac{y - xy'}{x + yy'} = 2, y(1) = 1;$
8. $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0, y(0) = 1;$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $xy''' + x(y')^2 = y';$
10. $y'' - \frac{(y')^2}{y} - \frac{y'}{x} = 0;$
11. $y^{IV} = 2x - \sin x - 5;$
12. $y^3 y'' = 1, y(-2) = 1, y'(-2) = -1;$
13. $y'' = \frac{(y')^2}{y}, y(0) = 1, y'(0) = 2.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{1, \arcsin x, \arccos x\}$ на линейную зависимость на $[0, \frac{\pi}{2}]$. Записать определитель Вронского.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}(\sin x + 1);$
16. $y'' + 4y = 4x - 2e^{-x} \sin x, y(0) = 0, y'(0) = -4;$
17. $y''' + y'' = 2 - 2e^{-x}(2 \sin x + \cos x);$
18. $y'' + 2y' + y = x^2 e^{-x} \cos x;$
19. $y'' + 9y = 9/\sin 3x, y(\pi/6) = 4, y'(\pi/6) = 3/2 \cdot \pi;$
20. $x^2 y'' + 3xy' - 8y = 16 - 9/x.$