

Дифференциальные уравнения

Вариант 18

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $y'(x + \sin y) = 1$;
2. $xy' = y(\ln y - \ln x)$;
3. $y' = \frac{x(a^2 - y^2 - x^2)}{y(x^2 + y^2 + a^2)}$;
4. $(xy + x^2y^2)y' = 1$
5. $(y^2 + y \sec^2 x) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $y' + \sin(x - y) = \sin(x + y)$, $y(\pi) = \pi/2$;
7. $2x^2y' = x^2 + y^2$, $y(1) = 0$;
8. $y' - 2y = -x$, $y(0) = 1/4$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $y''(e^x + 1) + y' = 0$;
10. $y - xy' = x\sqrt{yy''}$;
11. $y''' = 6x + \cos x/3 + \ln x$;
12. $y'' = 1 - (y')^2$, $y(0) = y'(0) = 0$;
13. $2(y')^2 = (y - 1)y''$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 0$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{5 \operatorname{arctg} x, \operatorname{arcsctg} x\}$ на линейную зависимость на ОДЗ. Записать определитель Вронского.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' + 2y' + 2y = 2(e^{-x} \sin x + 1)$;
16. $y'' + 3y' = 6e^{-3x} - 5 \sin 3x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$;
17. $y''' - y'' = 12x^2 + 2 - 4e^x \sin x$;
18. $y'' + 5y' = \cos^2 x$;
19. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}$, $y(0) = 1 + 8 \ln 2$, $y'(0) = 14 \ln 2$;
20. $x^2y'' - xy' + 8y = (x^2 + x - 8)e^{-x}$.