

Дифференциальные уравнения

Вариант 19

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $\frac{1}{y} - \frac{x}{y} = \frac{1}{2x};$

3. $(y^4 e^y + 2x)y' = y;$

2. $(a^2 + x^2)y' + xy = 1;$

4. $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$

5. $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y) dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $s ds - 2t dt = t \ln t dt, s(1) = 1;$

7. $(2x + 1)y' = 4x + 2y, y(0) = 0;$

8. $xy' = y(1 + \ln(y/x)), y(1) = 1/\sqrt{e}.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $x^2(yy'' - (y')^2) = (1 - 2xy)y';$

10. $yy'' = y'(y' + 1);$

11. $y'' = \frac{y'}{x} + \cos \frac{y'}{x};$

12. $yy'' + (y')^2 = 0, y(1) = y'(1) = 2 = 0;$

13. $y''' = 4 \sin 2x, y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{x, x \int_{x_0}^x \frac{e^t}{t^2} dt\}, (x_0 > 0)$ на линейную зависимость на ОДЗ. Записать определитель Вронского.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' + 4y' + 4y = -2e^{-2x} + 32e^{2x} \cdot x;$

16. $y'' - 2y' - 8y = -e^x - 8 \cos 2x, y(0) = 2, y'(0) = 0;$

17. $y''' + 2y'' + y' + y = 4 \cos x - 2 \sin x + 4x;$

18. $y'' - y' = e^{2x} \sqrt{1 - e^{2x}};$

19. $y'' + 16y = 16/\cos 4x, y(0) = 3, y'(0) = 0;$

20. $x^2 y'' + 7xy' + 8y = -1/x^3.$