

Дифференциальные уравнения

Вариант 1

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0$,
2. $2(y - x)y' + \frac{2}{x^2} = 2y$,
3. $(x - y \sin \frac{y}{x})dx + x \sin \frac{y}{x}dy = 0$,
4. $xy' + y = y^2 \ln x$,
5. $xy^2dx + y(x^2 + y^2)dy = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $y^2 + x^2y' = xy y'$, $y(1) = 1$;
7. $t^2 \frac{ds}{dt} = 2ts - 3$, $s(-1) = 1$;
8. $3y^2y' + y^3 + x = 0$, $y(0) = 0$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$;
10. $y'' = 2yy'$;
11. $x^3y'' = (y - xy')(y - xy' - x)$;
12. $y^{IV} = x$;
13. $yy'' - (y')^2 = y^3$, $y(1) = y'(1) = 1$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{x, x^2, e^x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' + y = 4xe^x - 2 \sin x$;
16. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} + \frac{x}{2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
17. $y''' + 9y'' = 9x + (16x + 2)e^{-x}$;
18. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$;
19. $y'' + \pi^2y = \frac{\pi^2}{\cos(\pi x)}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$;
20. $x^2y'' + xy' - y = 3x^2$.

Дифференциальные уравнения

Вариант 2

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(1 + x^2)y' + y\sqrt{1 + x^2} = yx$; 3. $(xy' - y(1 + \ln y - \ln x)) = 0$;

2. $xy' - y = \frac{x}{\operatorname{arctg}(y/x)}$; 4. $y' - xy = -y^3e^{-x^2}$;

5. $xdx + ydy + \frac{xdy + ydx}{x^2 + y^2} = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $\left(\frac{5}{1 + \rho^2} + 2\phi\right) d\rho + 2\rho d\phi = 0, \rho(\pi/4) = 0$;

7. $y' - 2xy = 3x^3y^2, y(0) = 1$;

8. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 0$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $\frac{y''}{x} + \frac{(y')^2}{xy} = \frac{2}{y}$; 10. $y'' + \frac{y'}{x} = \frac{y}{x^2}$;

11. $yy'' - (y')^2 = 0$;

12. $xy^{IV} = 1$;

13. $y''(1 + \ln x) + \frac{y'}{x} = 2 + \ln x, y(1) = 1/2, y'(1) = 1$.

IV. Теория ЛДУ. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения

14. $\{e^x, \operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' + y = 4xe^x - 2 \sin x$;

16. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} + \frac{x}{2}, y(0) = 0, y'(0) = 0$;

17. $y''' + 9y'' = 9x + (16x + 2)e^{-x}$;

18. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$;

19. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos(\pi x)}, y(0) = 3, y'(0) = 0$;

20. $x^2y'' + xy' - y = 3x^2$.

Дифференциальные уравнения

Вариант 3

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(y^2 + y^2)y' = 2xy$, 2. $y' + 2y = y^2 e^x$,
3. $(3x^2 + 6x^2y + 3y^2)dx + (2x^3 + 3x^2y)dy = 0$,
4. $(2y - x + 3y^2)y' = y + 2x - 3x^2$,
5. $y \ln y + xy' = 9y'y^3 \ln y$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $y' = e^{x+y} + e^{x-y}$, $y(0) = 0$;
7. $y' = 2y(x^2 + 4)$, $y(0) = 0$;
8. $(4x - 3y)dx + (2y - 3x)dy = 0$, $y(0) = 1$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $yy''' - y'y'' = 0$;
10. $y''' = 3x^2 - 4x + e^{-x}$; 11. $x^2(y'y' - yy'') = y^2$;
12. $xy'' = y'(1 + \ln y' - \ln x)$, $y(1) = \frac{1}{2}$, $y'(1) = e$;
13. $yy'' + 1 = y'y'$, $y(0) = y'(0) = 1$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{1, 2, x, x^2\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$;
16. $y'' - 3y = e^{3x} + 12x - 7$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$;
17. $y''' + 6y'' + 9y' = 4e^{-x} + 3e^{-3x}$;
18. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin^2 x}$;
19. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos(\pi x)}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$;
20. $x^2 y'' + 2xy' - 2y = 4x^2$.

Дифференциальные уравнения

Вариант 4

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $xy' + y = \ln x + 1$;
2. $xy' = y - x \ln \frac{y}{x}$;
3. $3x^2y^2(ydx + xdy) + 20y^4 = 0$;
4. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$;
5. $(5xy^2 - x^3)dx + (5x^2y - y^3)dy = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $y \ln^3 y + y'\sqrt{x+1} = 0$, $y(-15/16) = e$;
7. $(3x^2y + y^3)dx + (x^3 + 3xy^2)dy = 0$, $y(1) = 1$;
8. $\rho d\vartheta + (2\sqrt{\rho\vartheta} - \vartheta)d\rho = 0$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $y''' = x + \cos x$;
10. $y'' - y'/x + y/x^2 = 1$;
11. $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)y'y' = 0$;
12. $y'' \sin x = (1 + y') \cos x$, $y(\pi/2) = 0$, $y'(\pi/2) = -1$.

IV. Теория ЛДУ.

13. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{x, x^2, e^x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

14. $y'' - 2y' + 2 + y = e^x + x \cos x$;
15. $y'' - y' = 2x - 1 - 3e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
16. $y''' - 4y'' + 8y' = 9x$;
17. $y'' + y = 24\sin^4 x$;
18. $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
19. $x^2y'' - 2y = 8x^3 - 6$.

Дифференциальные уравнения

Вариант 5

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

3. $x \sin \frac{y}{x} y' + x = y \sin \frac{y}{x};$

1. $xy' + y = xy^2 \ln x;$

2. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x};$

4. $\left(\frac{2t}{x} + t\right) dt + \left(x - \frac{\sin^2 t}{x^2}\right) dx = 0;$

5. $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $y' + \cos(x + 2y) = \cos(x - 2y), y(0) = \pi/4;$

7. $y'(x + \sqrt{x}) = \sqrt{1 - y}, y(0) = 1;$

8. $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}, y(1) = \pi/4.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $xy'' = 2yy' - y';$

10. $y'' = e^{x/2} + \frac{1}{x+1};$

11. $(xy'' - y')y = xy'^2;$

12. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3.$

13. $yy'' - (y')^2 = y^2, y(0) = 1, y'(0) = 0.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения $\{x, x^2, e^x\}$. Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' + 4y = x(\sin 2x + 1);$

16. $y''' + y'' + y' + y = 2(\cos x + 1);$

17. $y'' - 2y' + y = x(e^x + e^{2x}), y(0) = 0, y'(0) = 0;$

18. $y'' - y = \frac{e^x}{1 + e^x};$

19. $y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x, y(\pi/4) = 3, y'(\pi/4) = 4;$

20. $x^2 y'' - xy' - 3y = -8x - 3.$