

Дифференциальные уравнения

Вариант 20

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $y'x + y = -xy^2$; 3. $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$;

2. $(1 - x^2)y' + xy = 0$; 4. $(y^2 + 2y - x)y' = 1$

5. $\frac{s + \sin t \cos^2(st)}{\cos^2(st)} + \left(\frac{t}{\cos^2(st)} + \sin s \right) \frac{ds}{dt}$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $(y^2 \cos x + y \ln y) dx + (y \sin x + x) dy = 0, y(\pi) = 1$;

7. $(1 + y^2) dx + 2x\sqrt{x - x^2} dy = 0, y(1) = 0$

8. $(x^2 + 2xy - y^2) dx + (y^2 + 2xy - x^2) dy = 0, y(1) = 1$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $yy'' - (y')^2 = (y')^3$; 11. $xy'' = y' + \sqrt{x^2 - (y')^2} \arcsin \frac{y'}{x}$;

10. $y'' + \frac{(y')^2}{y} = \frac{2y'}{x}$; 12. $y'''e^x = x, y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$;

13. $2yy'' = (y')^2, y(-1) = 4, y'(-1) = 1$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{e^{-x^2/2}, e^{-x^2/2} \int_{x_0}^x \frac{e^t}{t^2} dt\}, (x_0 > 0)$ на линейную зависимость на ОДЗ. Записать определитель Вронского.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 3y' + 2y = 2e^x(\cos(x/2) + 1)$;

16. $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} + \sin 2x$;

17. $y''' + 4y' = 8(\cos 2x + 1)$;

18. $y'' + y = \operatorname{ctg} x$;

19. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{6x}}{1 + e^{-x}}, y(0) = 0, y'(0) = 0$;

20. $x^2y'' + 8xy' + 12y = 2/x^2$.