

Дифференциальные уравнения

Вариант 21

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(2xy^2 - y) dx + x dy = 0;$
2. $t ds - 2s dt = t^3 \ln t dt;$
3. $y dx + (xy^2 - e^{-0.5y^2}) dy = 0;$
4. $(xe^x + \frac{y}{x^2}) dx = \frac{1}{x} dy$
5. $\left(\frac{1}{t} \sin \frac{x}{t} - \frac{t}{x^2} \cos \frac{t}{x} + 1\right) dx + \left(\frac{1}{x} \cos \frac{t}{x} - \frac{x}{t^2} \sin \frac{x}{t} + \frac{1}{t}\right) dt = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $xy' = x - y, y(0) = 0;$
7. $(1 - x^2)y' - xy = xy^2, y(0) = 0.5$
8. $x \ln \frac{x}{y} dy - y dx = 0, y(1) = 1.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $y'' = xe^x + 2 \sin\left(-\frac{x}{3}\right);$
10. $yy'' + (y')^2 = 1;$
11. $y''' = \sqrt{1 + y''};$
12. $xyy'' - x(y')^2 = yy'', y(0) = 1, y'(0) = -1;$
13. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1), y(0) = 0, y'(0) = -1.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{e^x, xe^x, x^2e^x\}$ на линейную зависимость на ОДЗ. Записать ОЛДУ, для которого они составляют ФСР.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} + 32e^{-2x}x;$
16. $y'' - 2y' = e^{2x} + x^2 - 1, y(0) = 1/8, y'(0) = 1;$
17. $y''' + 4y' + 8y'' = 8(\sin 2x + 1);$
18. $y'' + y = \frac{\sin^2 x - 1}{\sin^2 x};$
19. $y'' - 3y' + 2y = (1 + e^{-x})^{-1}, y(0) = 1 + 2 \ln 2, y'(0) = 3 \ln 2;$
20. $x^2y'' + 2xy' - 12y = 60/x.$