

Дифференциальные уравнения

Вариант 22

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $(x + 2y) dx - x dy = 0$; 3. $(1 + y^2)(e^{2x} dx - e^y dy) + (1 + y) dy = 0$;

2. $y' + xy = xy^3$; 4. $(e^y - 2xy) dx + (e^y - x) x dy = 0$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

5. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x, y(1) = 2.$

6. $y'x + y = 2y \ln x, y(1) = 0.5$;

7. $(1 + x^2)y' - 2xy = 2x + 1, y(0) = 1$

8. $x(\ln x - \ln y) dy - 2y dx = 0, y(1) = 1.$

III. Решить ДУ высших порядков

9. $\frac{yy'' - (y')^2}{y^2} = (y')^2$; 11. $y' = \frac{x(yy'' + (y')^2)}{2y}$;

10. $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$; 12. $y''' = x \sin^2 x, y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$;

13. $y'' + \frac{(y')^2}{y} = \frac{1}{y}, y(0) = 3, y'(0) = 1.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{3x, x - 2, 1 + e^x\}$ на линейную зависимость на ОДЗ. Записать ОЛДУ, для которого они составляют ФСР.

V. Решить ЛДУ

15. $y''' + 2y'' = 6x + 2e^{2x}$;

16. $y'' + 2y' + 5y = 4xe^{-x} + 17 \cos 2x$;

17. $y'' - 2y' - 3y = x(1 + e^{3x}), y(0) = 1, y'(0) = 2$;

18. $y'' + y = 1/\cos^3 x$;

19. $x^2 y'' - 5xy' + 5y = (x^2 - 5x + 5)e^x$;

20. $y'' - 3y' + 2y = (1 + e^{-x})^{-1}, y(0) = 1 + 2 \ln 2, y'(0) = 3 \ln 2.$