

Дифференциальные уравнения

Вариант 23

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $x^2 y' = y^2 + xy$;
2. $y' + 2y - x^2 = 0$;
3. $e^x \sin^3 y + (1 + e^{2x}) \cos y \cdot y' = 0$;
4. $ts ds = (s^2 - t^2) dt$
5. $(1 - x^2)(y' - x\sqrt{y}) + xy = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $2xy dx + x^2 dy + (dx + 2dy) \cos(x + 2y) = 0, y(0) = 0$;
7. $y' = \frac{4}{x}y + x\sqrt{y}, y(1) = 4$
8. $\left(\frac{1}{x} - \frac{y^2}{(x-y)^2}\right) dy + \left(\frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{1}{y}\right) dx = 0, y(1) = 1$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $yy'' + (y')^2 = 1$;
10. $y'y''' = 2(y'')^2$;
11. $xy'' - y' - \sqrt{x^2 + (y')^2} = 0$;
12. $y''' = 3x^2, y(1) = 1, y'(1) = 0, y''(1) = -1$;
13. $yy'' = (y')^2 + 15y^2\sqrt{x}. y(0) = 1, y'(0) = 0$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{5, \cos^2 x, \sin^2 x\}$ на линейную зависимость. Записать ОЛДУ.

V. Решить ЛДУ

15. $y'' - 2y' + y = e^x + 2e^{-x}x$;
16. $y'' - 2y' = 3x + 2xe^x, y(0) = 1, y'(0) = -2$;
17. $y''' - y = 3xe^x + 2 \cos x$;
18. $y'' - 4y' + 4y = \sin x \cos 2x$;
19. $y'' - 2y' = 4e^{-2x}(1 + e^{-2x})^{-1}, y(0) = \ln 4, y'(0) = \ln 4 - 2$;
20. $x^2 y'' - 6xy' + 12y = 12(x + 1)$.