# Дифференциальные уравнения

Вариант 24

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $e^{-s}(1+\dfrac{ds}{dt})=1;$
2. $2xy\dfrac{dy}{dx}-y^2+x=0;$
3. $x^2\,dy=(y^2-xy+x^2)\,dx;$
4. $\left(3x^2\operatorname{tg}y-\dfrac{2y^3}{x^3}\right)dx+\left(\dfrac{x^3}{\cos y}+4y^3+\dfrac{3y^2}{x^2}\right)dy=0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

5. $x\,dt-(t-\sqrt{t^2-x^2})\,dx=0,\ t(1)=1;$
6. $y+xy'=3y^2y',\ y(1)=1$
7. $(2xy+3y^4)\,dx+(x^2+12xy^3)\,dy=0,\ y(1)=1.$

III. Решить ДУ высших порядков

8. $y''+y'\operatorname{tg}x-\sin 2x=0;$
10. $xy'''+y''=1/\sqrt{x};$
9. $1+(y')^2=2yy'';$
11. $(y')^2-yy''=\dfrac{xyy'}{x^2+1};$
12. $y'y'''-3(y'')^2=0,\ y(0)=0,\ y'(0)=1,\ y''(0)=0.$

IV. Теория ЛДУ.

13. Исследовать систему функций $\{\sin x,\ \cos x,\ \cos 2x\}$ на линейную зависимость на ОДЗ. Принимая эти функции за решения ОЛДУ, составить это ДУ.

V. Решить ЛДУ

14. $y''+2y'+y=-e^{-x}+2e^{x}x;$
15. $y''+y=\cos x+\cos 2x,\ y(0)=1,\ y'(0)=0;$
16. $y'''-3y''-y'+3y=2\cos x+2;$
17. $y''+y'=(1+e^{x})^{-1};$
18. $y''+4y=4/\cos 2x,\ y(0)=2,\ y'(0)=0;$
19. $x^2y''+5xy'-5y=14x^2-15.$