

Дифференциальные уравнения

Вариант 25

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1. $y'x = y(\ln y - \ln x)$; 3. $y' = \operatorname{tg} x \cdot y + \cos x$;

2. $xy' = y - 2 \ln x$; 4. $y \cdot dp/dy = -p + p^2$

5. $(\sin t + t \sin x + 1/x)\dot{x} + x \cos t - \cos x + 1/t = 0$.

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6. $y + xy' = yx^2y'$, $y(-1) = 1$;

7. $t^2\dot{s} = 2st - s^2$, $s(1) = 2$

8. $\left(\frac{2x}{y} - \frac{2y}{x}\right) dx + \left(\frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{y^2}\right) dy$, $y(1) = 1$.

III. Решить ДУ высших порядков

9. $x^3y'' + x^2y' = 1$; 11. $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$;

10. $y''' = \sin 2x - e^{3x}$; 12. $5(y''')^2 - 3y''y^{IV} = 0$;

13. $xyy'' + x(y')^2 = 2yy'$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

IV. Теория ЛДУ.

14. Исследовать систему функций $\{e^x, \cos x, \sin x\}$ на линейную зависимость на ОДЗ и образуют ФСР ДУ. Найти частное решение ОЛДУ, удовлетворяющее НУ $y(0) = 3$, $y'(0) = 4$, $y''(0) = -1$.

V. Решить ЛДУ

15. $y''y = x(\sin(x) + 2)$;

16. $y'' - 2y' - 3y = -4e^{-x} + 3$, $y(0) = y'(0) = 1$;

17. $y''' + 3y'' = 3 + 13 \cos x - \sin x$;

18. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}}$;

19. $y'' + 1/4y = 1/4 \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$, $y(\pi) = 2$, $y'(\pi) = 1/2$;

20. $x^2y'' - 12y = -36 \ln x - 3$.