

# Дифференциальные уравнения

Вариант 6

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1.  $(1 - x^2)y' - xy = xy^2;$
2.  $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x;$
3.  $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{y};$
4.  $xy - \frac{y'}{x = 1} - x = 0;$
5.  $\left(3x^2 + \frac{2}{y} \cos \frac{2x}{y}\right) dx - \frac{2x}{y^2} \cos \frac{2x}{y} dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6.  $y'3^{x^2} - x9^{-y} = 0, y(0) = 1;$
7.  $(y + \sqrt{x^2 + y^2})dx - xdy = 0, y(1) = 0;$
8.  $xdx + tdt + x(xdt + 2tdx) = 0, x(1) = -1.$

III. Решить ДУ высших порядков

9.  $2yy'' = 1 + (y')^2;$
10.  $yy''' = y'y'';$
11.  $yy'' = (y')^2 + 2xy^2;$
12.  $y''' \sin x = \sin 2x, y(\pi/2) = y'(\pi/2) = y''(\pi/2) = 0;$
13.  $xy'y'' = (y')^2 + x^3, y(2) = 0, y/(2) = 4.$

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения  $\{1, \sin x, \cos x\}$ . Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15.  $y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x} + e^{-3x} (36x = 24);$
16.  $y'' + y' = x^2 + 3 \sin x, y(0) = 1, y'(0) = 0;$
17.  $y''' + y = (2x^2 + 1)e^x - \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right);$
18.  $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos x + xe^{-x};$
19.  $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos(\pi x)}, y(0) = 3, y'(0) = 0;$
20.  $x^2 y'' + 5xy' + 3y = 15x^2.$

# Дифференциальные уравнения

Вариант 7

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

- $2x^3y' = y(2x^2 - y^2);$
- $y' = \frac{2x}{x^2 \cos y + \sin 2y};$
- $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x};$
- $2x\sqrt{y - y^2}dx = (4 - x^2)dy;$
- $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0.$

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

- $y' - \frac{y}{1 - x^2} - 1 - x = 0, y(0) = 0;$
- $xy' + y = y^2x, y(1) = 1/2;$
- $3y^2y' + y^3 + x = 0, y(0) = 0.$

III. Решить ДУ высших порядков

- $y''x^2 - xy' = x^2 - y;$
- $\frac{y^2}{x^2} + (y')^2 = 3xy'' + \frac{2yy'}{x};$
- $(x + 1)y'' - (x - 2)y' + x - 2 = 0;$
- $yy'' - y^2y' - (y')^2 = 0;$
- $y''' = x \ln x, y(1) = y'(1) = y''(1) = 0.$

IV. Теория ЛДУ.

- Составить ОЛДУ, имеющее частные решения  $\{x, x^2, e^x\}$ . Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

- $y'' + 6y' + 9y = -3e^{-3x} + e^{3x}(36x - 24);$
- $y'' - 7y' + 6y = (x - 1) \cos x + 2 \sin x, y(0) = 1, y'(0) = -1;$
- $y''' + y' = 2 \cos x - 2x = 1;$
- $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x;$
- $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x, y(\pi/2) = 4, y'(\pi/2) = 4;$
- $x^2y'' + 3xy' - 3y = 2 - 3 \ln x.$

# Дифференциальные уравнения

Вариант 8

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

1.  $y - xy' = 3(1 + x^2y')$ ;    3.  $y^2 dx + (2xy - 4)dy = 0$ ;
2.  $(1 + \frac{1+t^2}{x^2})\frac{dx}{dt} = \frac{2t}{x}$ ;    4.  $(x - y \cos(\frac{y}{x}))dx + x \cos(\frac{y}{x}) dy = 0$ ;
5.  $(y^2 + \frac{y}{\cos^2 x})dx + (2xy + \operatorname{tg} x)dy = 0$ .

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

6.  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2, y(0) = 2$ ;
7.  $xy' - y = -2\sqrt{xy}, y(1) = 1$ ;
8.  $3y^2y' + y^3 + x = 0, y(0) = 0$ .

III. Решить ДУ высших порядков

9.  $xyy''' = (y - xy')^2$ ;
10.  $5(y''')^2 = 3y^{IV}y''$ ;
11.  $x(y'' + 1) + y' = 0$ ;
12.  $yy''' = 3y''y''$ ;
13.  $y''' = x \sin x, y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$ .

IV. Теория ЛДУ.

14. Составить ОЛДУ, имеющее частные решения  $\{x^2 - 3x, 2x^2 + 9, 2x + 3\}$ . Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

15.  $y'' - y' = 12x^2 - 4x^2 + x \cos x$ ;
16.  $y'' - 2y' + y = 3e^x + x + 1, y(0) = 0, y'(0) = 1$ ;
17.  $y''' - 2y'' + 10y' = 9(x + 1)e^x + 3 \sin 3x$ ;
18.  $y'' - y' = e^{2x} \sin x$ ;
19.  $y'' + y = 1/\cos x, y(0) = 1, y'(0) = 0$ ;
20.  $x^2y'' - 4xy' + 6y = (x^2 - 4x + 6)$ .

# Дифференциальные уравнения

Вариант 9

февраль 2003 год, поток Крохина А.Л.

I. Найти общий интеграл (общее решение) ДУ :

- $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x + y}{x}$ ;
- $(1 + y^2)(e^{2x} dx - e^y dy) = (1 + y) dy$ ;
- $(2x + 1)y' + y = x$ ;
- $\frac{dx}{y} = \frac{x + y^2}{y^2} dy$ ;
- $(\sin xy + xy \cos xy) dx + x^2 \cos xy dy = 0$ .

II. Найти частный интеграл (решение) ДУ, удовлетворяющее НУ

- $y dx - (4 + x^2) \ln y dy = 0, y(2) = 1$ ;
- $(1 - x^2)y' - xy = xy^2, y(0) = 0.5$ ;
- $3y^2 y' + y^3 + x = 0, y(0) = 0$ .

III. Решить ДУ высших порядков

- $y''' \sin^4 x = \sin 2x$ ;
- $yy'' = (y')^2$ ;
- $x^2 yy'' + (y')^2 = 0$ ;
- $y^3 y'' = -1, y(1) = 1, y'(1) = 0$ ;
- $xyy'' + x^2 = 2(x^2 + (y')^2), y(1) = 1, y'(1) = 0$ .

IV. Теория ЛДУ.

- Составить ОЛДУ, имеющее частные решения  $\{x, x^3, e^x\}$ . Записать его общее решение.

V. Решить ЛДУ

- $y'' + 2y = \sin^2 x$ ;
- $y'' + 9y = xe^{3x} + 2 \cos 3x, y(0) = 0, y'(0) = 3$ ;
- $y''' + 8y'' + 16y' = -(23 \cos x + 7 \sin x) + x$ ;
- $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$ ;
- $y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}, y(0) = 4 \ln 4, y'(0) = 3(3 \ln 4 - 1)$ ;
- $x^2 y'' + xy' - 4y = -15x + 28$ .

