

ВАРИАНТ №15

Основные понятия.

1. Решить систему нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} ty + y = \ln t + 1, \\ (t - x \cos \frac{x}{t})dt + t \cos \frac{x}{t}dx = 0, \\ x(1) = \pi/2; \quad y(1) = 0. \end{cases}$$

2. Решить систему дифференциальных уравнений сведением к одному дифференциальному уравнению. Общее решение записать в векторной форме

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 5y + \cos t, \\ \dot{y} = x - 2y. \end{cases}$$

3. Преобразовать дифференциальное уравнение $y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 1 - 2t$ в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений в нормальной форме. Решить. Записать общее решение системы дифференциальных уравнений в векторно-матричной форме. Выделить фундаментальную матрицу решений.

4. Найти и построить траекторию и фазовую траекторию системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = 2x \end{cases}$$

при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

5. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{mx - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}.$$

6. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций (с помощью первых интегралов системы). Ответ записать в виде частного решения или частного интеграла

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{y}{x-y}, \\ \dot{y} = \frac{x}{x-y}, \\ x(0) = 1; \quad y(0) = 0. \end{cases}$$

7. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера. Решение неоднородной системы подобрать по виду вектор-функции в правой части неоднородной системы

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ -2e^{-t} \end{pmatrix}, \\ \vec{x}(0) = (0; -1)^T. \end{cases}$$

8. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$, где

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ответ записать в векторно-матричном виде.

9. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных.

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t}, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$$