

Федеральное агентство по образованию  
Уральский государственный технический университет—УПИ

## ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

индивидуальное домашнее задание  
по курсу "Теория вероятностей"  
для студентов всех специальностей

Екатеринбург  
2008

УДК 373:53

Составитель А.Л. Крохин

Научный редактор: канд. физ.-мат. наук Мартюшов С.Н.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ: Домашнее задание по курсу "Высшая математика"/А.Л.Крохин, Екатеринбург: Изд-во УГТУ-УПИ, ", 2008. с.

Представлены тексты условий и начальные данные для индивидуального домашнего задания по теории вероятности. Имеется 20 вариантов заданий. Задания относятся к разделам программы, связанным с основными формулами теории вероятности: классическое определение вероятности, формулы сложения, умножения, полной вероятности, Байесса, Бернулли, локальная и интегральная Лапласа.

Рис. 69.

Подготовлено кафедрой  
"Вычислительные методы и уравнения  
математической физики".

, 2008

# 1 Порядок оформления отчета по индивидуальному домашнему заданию

1. Отчет пишется в отдельной тетради или на стандартных листах бумаги, сшитых между собой. В последнем случае лист бумаги заполняется с одной стороны.

2. На первом листе пишется:

<p>ОТЧЕТ</p> <p>ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ</p> <p>ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ</p> <p>задачи 1 - 20</p> <p>вариант N ?</p> <p>Группа Р - ??</p> <p>Студент — Фамилия И.О.</p>
---

3. На втором листе пишется:

<p>ОТВЕТЫ:</p>		
N задачи	Формула и/или числовое ние ответа (без решения)	значе- N страницы, на которой находится решение
<p>N след.задачи и т.д.</p>		

Номера задач в колонку. Ответы максимально коротко. Если вы не решили задачу — оставляете пустое место. После проверки знаком "+" будут отмечены **зачтенные** задачи, а знаком "—" **незачтенные**.

4. На следующих листах последовательно (по порядку номеров) записывается для каждой задачи номер, условие, слово "Решение" и текст подробного решения задачи. Номер листа, на котором находится начало задачи, записывается как указано выше. Проверяться будут и числовые ответы и объяснения решения.

## 2 ТЕКСТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

1. В урне  $M$  белых и  $N - M$  чёрных шаров. По схеме выбора с возвращением из урны извлекается  $n$  шаров. Найти вероятности событий:

$A = \{ \text{при } k\text{-м доставании выйдет белый шар} \};$

$B = \{ \text{при } k\text{-м и } l\text{-м доставании выйдет белый шар} \};$

$C = \{ \text{среди } n \text{ шаров ровно } m \text{ белых} \}$ :  $m$ -младшая цифра вашего дня рождения

2. Трое договорились встретиться в определенном месте в промежуток времени от  $T_1$  до  $T_2$ , причем момент прихода каждого случаен. Первые двое находятся на месте встречи в течении 10 мин. каждый, а третий –  $t$  мин. Описать пространство элементарных исходов (сделать чертеж пространства событий) :

$A =$  никто ни с кем не встретился;

$B =$  первые двое встретились;

$C =$  встретились все трое.

Найти вероятности этих событий.

3. В вагон, состоящий из 9 купе по 4 места в каждом,  $k$  – пассажирами куплено  $k$  билетов. Построить пространство случайных событий и найти вероятности сложных событий:

$A =$  все пассажиры попали в два купе;

$B =$  все пассажиры попали в три купе.

Для нечетных вариантов - покупка осуществляется каждым пассажиром независимо, для четных - билеты берет один на всех, причем номера билетов следуют подряд.

4. Вам подарили  $N$  заполненных билетов Спортлото "6 из 49" (в билете зачеркивают 6 чисел из первых 49, потом — тираж). В этих билетах  $M$  чисел из зачеркнутых совпадают, а остальные – разные. Посчитайте вероятность того, что после розыгрыша у вас будет:

Вар.1 - 5. Минимальный выигрыш, т. е. совпадут 3 цифры тиражной "шестерки" и зачеркнутые хотя бы в одном билете,  $M = 5$ .

Вар.6 - 10. Угадано 4 цифры,  $M = 4$ .

Вар.11 - 15. Какой-нибудь выигрыш,  $M = 5$ .

Вар.16 - 20. Угадано не менее 5 цифр,  $M = 4$ .

5. В лифт  $k$  этажного дома сели  $n$  пассажиров ( $n < k$ ). Каждый из них независимо может выйти на любом этаже (кроме первого—иначе зачем сажился!). Определить вероятность того, что: а) все вышли на разных этажах; б) по крайней мере двое вышли на одном этаже.

6. В шар радиуса  $R$  наудачу бросается  $N$  точек. Найти вероятность того, что расстояние от центра шара до ближайшей точки будет не меньше  $a$ .  $0 < a < R$ . Описать пространство случайных событий. Рассмотреть предел  $R \rightarrow \infty$ , при условии, что  $\frac{N}{R^3} \rightarrow \frac{4}{3}\pi\rho$ ,  $\rho$ — постоянная плотность числа частиц.

7. В двух партиях  $k_1$  и  $k_2\%$  доброкачественных изделий соответственно. Наудачу выбирают по одному изделию из каждой партии. какова вероятность того, что среди

них: а) хотя бы одно бракованное; б) два бракованных; в) одно бракованное и одно хорошее?

8. На плоскость, расчерченную равноотстоящими параллельными прямыми, выбрасывается наудачу кубик со стороной " $a$ ",  $a\sqrt{2} < l$ ,  $2l$  — расстояние между ближайшими прямыми. Найти вероятность того, что кубик пересечет линию.  $l/(a\sqrt{2}) = (\text{Ваш рост в см.})/100$ .

XXX\* На шахматную доску со стороной клетки " $a$ " выбрасывается наудачу кубик со стороной " $a$ ",  $a\sqrt{2} < l$ ,  $2l$  — расстояние между ближайшими прямыми. Найти вероятность того, что: а) кубик целиком попадет внутрь одной клетки; б) пересечет не более одной ее стороны.

Рекомендуется провести реальный эксперимент 50 раз, фиксируя исходы а) и б), а затем сравнить полученные частоты с расчетными вероятностями. Что-то будет?

9. Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком  $p_1$ , вторым —  $p_2$ . Первый сделал  $n_1$ , второй —  $n_2$  выстрелов. Определить вероятность того, что цель не поражена.

10. Два игрока А и В поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше выпадет герб. Первым бросает игрок А, вторым — В и т. д.

Описать пространство событий и определить вероятность следующего события:

Вар. 1 - 5. Выиграл А до  $k$ -го броска.

Вар. 6 - 10. Выиграл А не позднее  $k$ -го броска.

Вар. 11 - 15. Выиграл В до  $k$ -го броска.

Вар. 16 - 20. Выиграл В не позднее  $k$ -го броска.

Определить вероятности выигрыша для каждого игрока при сколь угодно длительной игре.

11. В первой урне  $N_1$  белых и  $M_1$  черных шаров, во второй —  $N_2$  белых и  $M_2$  черных и в третьей —  $N_3$  белых  $M_3$  черных. Из первой урны во вторую перекладывают один шар, после этого из второй в третью один шар. Наконец, из третьей урны извлекают один шар и перекладывают в первую. Какова вероятность того, что состав шаров в первой урне останется неизменным. А какой состав получится с наибольшей вероятностью?

12. В урне первоначально находились  $N$  белых и  $M$  черных шаров. Один шар потерян и его цвет неизвестен. Из урны без возвращения извлечены 2 шара, оба белые. Определить вероятность того, что потерян белый шар.

(С помощью таблицы случайных чисел произведите 10 выборов, моделирующих условие задачи, для каждой гипотезы. Подсчитайте частоты выпадения пары белых шаров.)

13. В первой урне  $N_1$  белых и  $M_1$  черных шаров, во второй  $N_2$  белых и  $M_2$  черных. Из первой во вторую переложили  $k$  шаров, затем из второй урны извлечен один шар. Определить вероятность того, что выбранный из второй урны шар — белый.

14. В альбоме  $k$  чистых и  $l$  гашеных марок. Из них наудачу извлекаются  $m$  марок, подвергаются спецгашению и возвращаются обратно в альбом. После этого вновь наудачу извлекаются  $n$  марок. определить вероятность того, что все  $n$  марок чистые.

15. В магазин поступают телевизоры одной модели с трех заводов, причем  $i$ -ый завод поставляет  $m_i\%$  изделий ( $i = 1, 2, 3$ ). Среди изделий  $i$ -го завода  $n_i\%$  первого сорта. Купленный наудачу телевизор оказался 1-го сорта. определить вероятность того, что он выпущен  $j$ -ым заводом.

16. Монета бросается до тех пор, пока герб не выпадет  $n$  раз (подряд). Определить вероятность того, что цифра выпадет  $m$  раз.

17. Вероятность выигрыша в лотерею на один билет равна  $p$ . куплено  $n$  билетов. Найти наивероятнейшее число выигрышных билетов и соответствующую вероятность.

18. На каждый лотерейный билет с вероятностью  $p_1$  выпадет крупный выигрыш, с вероятностью  $p_2$  мелкий. Куплено  $n$  билетов. Определить вероятность получения  $n_1$  крупных выигрышей и  $n_2$  мелких.

19. Вероятность ошибочного соединения на телефонной станции при каждом вызове равна  $p$ . Определить вероятность того, что из  $n$  поступивших вызовов  $m$  будет ошибочно соединено.

20. Вероятность наступления некоторого события в каждом из  $n$  независимых испытаний равна  $p$ . определить вероятность того, что число  $m$  наступлений события удовлетворяет следующему неравенству:

Варианты 1 - 6.  $k_1 \leq m \leq k_2$ .

Варианты 7 - 12.  $k_1 \leq m$ .

Варианты 13 - 20.  $m \leq k_2$ .

### 3 Таблица исходных данных к заданиям

**ВНИМАНИЕ!** Время  $T_1 = 1100$  читать 11час. 00 мин. , а  $t = 10$  мин.

№зад.->	1					2			3	4	5			6			7	
Вар.	$N$	$M$	$n$	$k$	$l$	$T_1$	$T_2$	$t$	$k$	$N$	$k$	$n$	$a$	$R$	$N$	$k_1$	$k_2$	
1	10	5	4	2	3	900	1000	10	5	2	6	4	1	2	2	71	47	
2	11	6	5	3	4	900	1100	20	2	3	7	4	2	3	3	78	39	
3	12	7	6	2	5	1000	1100	10	6	4	8	5	3	4	2	87	31	
4	13	8	7	3	6	1000	1200	20	3	5	9	5	4	5	3	72	46	
5	14	5	8	2	5	1100	1200	15	7	6	10	6	5	6	2	79	38	
6	15	6	9	3	4	1100	1300	15	5	2	11	4	6	7	3	86	32	
7	16	7	8	2	5	900	930	10	6	3	12	4	7	8	2	73	45	
8	17	8	7	3	6	900	1130	20	3	4	13	3	8	9	3	81	37	
9	10	7	6	2	4	1000	1030	15	4	5	14	3	7	8	2	85	33	
10	11	6	5	3	5	1000	1130	15	5	6	13	4	6	7	3	74	44	
11	12	5	6	2	6	1100	1130	5	6	2	12	3	5	6	2	82	36	
12	13	6	7	3	4	1100	1230	5	6	3	11	3	4	5	3	84	34	
13	14	7	8	2	5	1200	1300	5	4	4	10	4	3	4	2	75	43	
14	15	8	9	3	6	1200	1230	10	7	5	9	4	2	3	3	83	35	
15	16	5	8	2	4	1200	1330	5	7	6	8	3	1	2	2	76	42	
16	17	6	7	3	5	1300	1400	10	8	2	7	3	2	3	3	77	41	
17	10	7	6	2	6	1800	1900	10	9	3	6	4	3	4	2	47	71	
18	11	3	8	3	4	1800	2000	20	2	4	7	4	4	5	3	39	78	
19	12	2	7	2	5	1700	1800	10	4	5	8	5	5	6	2	31	87	
20	13	4	6	3	6	1700	1900	20	3	6	9	5	6	7	3	72	46	

В задаче 13 составы урн даны в последовательности  
 $N_1, M_1, N_2, M_2, N_3, M_3$

№зад.->	14				9				10	12		11					
№ Вар.	$k$	$l$	$m$	$n$	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	$k$	$M$	$N$	состав урн (ч б)					
1	8	10	3	2	0.61	0.55	2	3	4	10	9	2	3	2	3	2	3
2	7	6	2	3	0.62	0.54	3	2	5	8	3	3	2	3	2	3	2
3	6	8	3	1	0.63	0.53	2	3	6	10	7	2	3	3	2	3	2
4	12	5	3	2	0.64	0.52	3	2	7	5	5	2	3	2	3	3	2
5	13	11	2	4	0.65	0.51	2	3	8	6	2	3	3	2	2	3	2
6	11	8	2	5	0.66	0.49	3	2	9	7	5	3	2	2	3	2	3
7	12	7	2	4	0.67	0.48	2	3	10	4	7	3	2	2	3	3	2
8	9	6	2	3	0.68	0.47	3	2	9	8	5	3	2	3	2	2	3
9	10	7	4	1	0.69	0.46	2	3	4	6	3	2	3	2	2	2	2
10	11	7	4	4	0.71	0.45	3	2	5	10	5	2	2	2	3	2	2
11	13	8	5	2	0.72	0.44	2	3	6	8	5	2	2	2	2	2	3
12	8	7	3	3	0.73	0.43	3	2	7	4	5	2	2	2	3	2	3
13	12	10	4	2	0.74	0.42	2	3	8	7	4	2	3	2	2	2	3
14	9	6	1	3	0.75	0.41	3	2	9	3	8	2	3	2	3	2	2
15	6	8	3	2	0.76	0.39	2	3	10	6	4	2	2	3	2	3	2
16	14	13	3	3	0.77	0.38	3	2	12	4	6	3	2	2	2	3	2
17	11	10	4	5	0.78	0.37	2	3	5	5	9	3	2	3	2	2	2
18	7	5	2	2	0.39	0.45	3	2	6	6	3	2	2	3	2	2	2
19	15	9	4	3	0.38	0.46	2	3	7	7	3	2	2	3	2	2	2
20	8	10	3	3	0.37	0.47	3	2	8	5	4	2	2	2	2	3	2



№зад.->	13					15							16		17	
№ Вар.	$N_1$	$N_2$	$M_1$	$M_2$	$k$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$j$	$n$	$m$	$p$	$n$
1	4	1	2	5	3	50	30	20	70	80	90	1	3	2	0.3	10
2	7	3	5	1	4	50	30	20	70	80	90	2	7	3	0.3	14
3	2	3	5	4	1	50	30	20	70	80	90	3	4	7	0.3	13
4	8	2	3	2	5	60	20	20	70	80	90	1	4	3	0.3	12
5	6	4	1	7	2	60	20	20	70	80	90	2	3	6	0.3	11
6	3	2	4	4	2	60	20	20	70	80	90	3	6	5	0.3	15
7	5	5	4	10	6	40	30	30	80	80	90	1	3	5	0.4	11
8	13	12	4	6	10	40	30	30	80	80	90	2	8	3	0.4	13
9	1	9	3	3	4	40	30	30	80	80	90	3	6	4	0.4	14
10	3	7	5	2	3	40	20	40	90	90	80	1	4	5	0.4	10
11	4	6	7	8	5	40	20	40	90	90	80	2	2	7	0.4	12
12	2	3	7	1	2	40	20	40	90	90	80	3	5	4	0.4	15
13	2	2	3	1	1	70	20	10	70	80	90	1	8	6	0.5	12
14	2	8	3	1	6	70	20	10	70	80	90	2	2	6	0.4	12
15	6	4	3	3	4	70	20	10	70	80	90	3	2	3	0.5	11
16	5	5	4	3	3	60	10	30	80	90	80	1	4	2	0.5	13
17	25	3	25	2	19	60	10	30	80	90	80	2	7	6	0.5	14
18	20	1	40	7	15	60	10	30	80	90	80	3	5	3	0.5	15
19	20	4	25	5	7	50	20	30	90	80	90	1	4	6	0.6	13
20	50	8	20	6	42	50	20	30	90	80	90	2	8	5	0.6	11

№зад.->	18					19			20			
№ Вар.	$n$	$n_1$	$n_2$	$p_1$	$p_2$	$m$	$n$	$p$	$n$	$p$	$k_1$	$k_2$
1	15	1	2	0.1	0.2	7	1000	0.002	100	0.8	80	90
2	15	2	1	0.15	0.15	7	1000	0.003	100	0.8	85	95
3	15	2	2	0.15	0.15	7	1000	0.004	100	0.8	70	95
4	15	1	1	0.1	0.15	7	1000	0.005	100	0.7	83	93
5	15	3	2	0.2	0.25	7	1000	0.006	100	0.7	50	60
6	15	2	2	0.15	0.2	7	1000	0.007	100	0.7	65	75
7	15	3	1	0.2	0.15	7	1000	0.008	100	0.7	70	1000
8	15	1	2	0.13	0.17	7	1000	0.009	100	0.7	80	1000
9	15	2	1	0.14	0.16	7	1000	0.01	100	0.6	65	1000
10	15	1	3	0.16	0.24	7	1000	0.011	100	0.6	75	1000
11	15	3	2	0.17	0.23	8	200	0.01	100	0.6	50	1000
12	15	3	1	0.18	0.12	8	300	0.01	100	0.3	0	20
13	15	3	1	0.19	0.11	8	200	0.02	100	0.3	0	30
14	15	3	3	0.2	0.26	8	500	0.01	100	0.3	0	40
15	14	1	3	0.09	0.21	8	300	0.02	200	0.4	0	80
16	14	1	4	0.1	0.21	8	700	0.01	200	0.4	0	90
17	14	2	2	0.11	0.2	8	400	0.02	200	0.4	0	100
18	14	2	4	0.12	0.2	8	900	0.01	300	0.8	0	250
19	14	3	3	0.15	0.2	8	500	0.02	400	0.6	0	270
20	14	2	3	0.2	0.2	8	1000	0.011	400	0.7	0	290