

10 Варианты типового расчета**10.1 ЗАДАНИЕ № 1**

Дана плотность вероятности $f_\xi(x)$ непрерывной СВ ξ . Найти параметр γ , математическое ожидание $M[\xi]$, дисперсию $D[\xi]$, функцию распределения $F_\xi(x)$, вероятность выполнения неравенства $x_1 < \xi < x_2$. Построить графики этих функций.

Варианты 1 - 5:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\gamma - a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

Варианты 6 - 10:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} a, & x \in [\gamma, b] \\ 0, & x \notin [\gamma, b] \end{cases}.$$

Варианты 11 - 15:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \gamma, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

Варианты 16 - 20:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} a, & x \in \left[\frac{b-\gamma}{2}, \frac{b+\gamma}{2}\right] \\ 0, & x \notin \left[\frac{b-\gamma}{2}, \frac{b+\gamma}{2}\right] \end{cases}.$$

10.2 ЗАДАНИЕ № 2

Плотность вероятности СВ ξ имеет вид

$$f_\xi(x) = \gamma \cdot e^{ax^2+bx+c}.$$

Найти параметр γ , матожидание $M[\xi]$, дисперсию $D[\xi]$, функцию распределения F_ξ , вероятность выполнения неравенства $x_1 < \xi < x_2$. Построить графики f_ξ и F_ξ , обозначить на них интервал "3 сигма".

10.3 ЗАДАНИЕ № 3

По данному закону распределения СВ найти матожидание $M[\xi]$ и дисперсию $D[\xi]$. Решить задачу композиции для двух таких СВ. Построить график, на котором отложить точки с координатами $(k, P(\xi = k))$ и $(k, P(\xi_1 + \xi_2 = k))$, $k = 0, 1, 2 \dots 10$.

Варианты № 1-7:

$$P(\xi = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}, \quad 0 < p < 1, \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

(распределение Бернулли).

Варианты № 8-14:

$$P(\xi = k) = \frac{a^k}{(1 + a)^{k+1}}, \quad a > 0, \quad k = 0, 1, \dots$$

(распределение Паскаля).

Варианты № 15-20:

$$P(\xi = k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}, \quad a > 0, \quad k = 0, 1, \dots$$

(распределение Пуассона).

Таблица начальных данных по вариантам для заданий №№1-3

В-т №	a	b	x_1	x_2	a	b	c	x_1	x_2	n	p
1	2,5	4	3	3,3	-2	8	-2	1	3	5	0,37
2	1,5	3	2	2,6	-2	4/3	-2/3	1/3	2/3	14	0,28
3	1,5	2,5	2	2,3	-2	-8	2	-3/2	-1	6	0,53
4	1	3.5	2	2.8	-4	9	2	0	3/4	9	0.46
5	-1	2	-0.7	1.1	-3	3	-2	1/2	3/2	7	0.18
6	1	1.8	1.3	1.6	-4	-6	-2	-3/4	1/4	3	0.67
7	1	2.4	1.5	2	-3	-3	2	-1/2	3/2	8	0.32

В-т №	a	b	x_1	x_2	a	b	c	x_1	x_2	n	p	a
8	2	3.5	2.5	3	-2	8	0	1	3	-	-	0.68
9	2	2.8	2.1	2.5	-2	4/3	0	1/3	2/3	-	-	0.35
10	1	2.8	-1	3	-2	-8	0	-3/2	-1	-	-	0.21
11	-4	-2	-1	0	-4	6	0	0	3/4	-	-	0.87
12	-3	-1	-2	0	-3	3	0	1/2	3/4	-	-	0.72
13	2	4	0	3	-4	-6	0	-3/4	1/4	-	-	0.43
14	1	3	0	2	-3	-3	0	-1/2	3/2	-	-	0.17
15	1	1.5	0	2.5	-2	8	-1	1	3	-	-	0.026
16	0.5	1	0	3	-4	6	1	0	3/4	-	-	0.38
17	0.2	2	0	4	-2	-8	1	-3/2	-1	-	-	0.033
18	0.5	3	0	0.5	-4	-6	-1	-3/4	1/4	-	-	0.218
19	0.4	4	1	5	-3	3	-1	1/2	3/2	-	-	0.65
20	1/4	1	0	3	-3	-4	1	1/3	4/3	-	-	0.816

10.4 ЗАДАНИЕ № 4

По заданной плотности вероятности $f_1(x)$ СВ ξ_1 найти плотность вероятности СВ $\xi_2 = \varphi(\xi_1)$. Функция φ задана графически. Построить график функции распределения и привести в отчете аналитическое выражение для плотности вероятности $f_2(y)$ СВ ξ_2 .

Варианты № 1-5:

$$f_1(x) = \begin{cases} 1/2, & x \in [-2, 2]; \\ 0, & x \notin [-2, 2]. \end{cases}$$

Варианты № 6-10:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right).$$

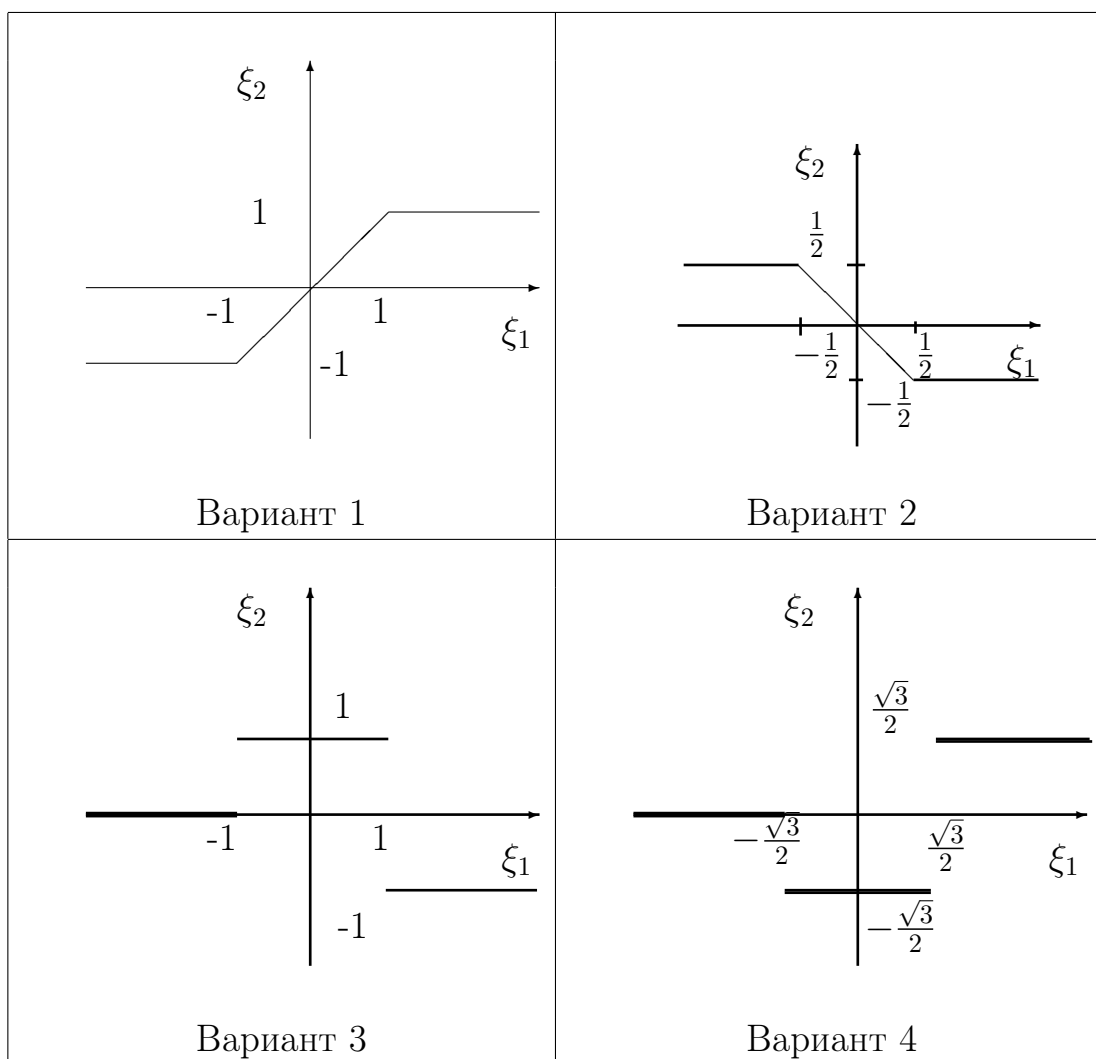
Варианты № 11-15:

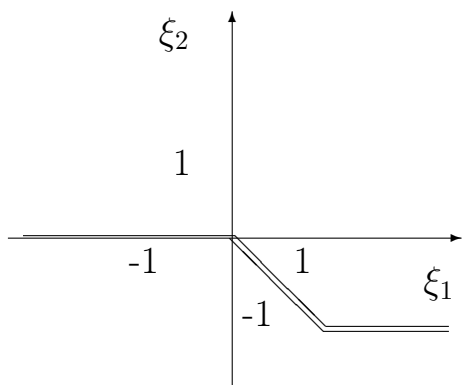
$$f_1(x) = \frac{1}{2} \exp(-|x|).$$

Варианты № 16-20:

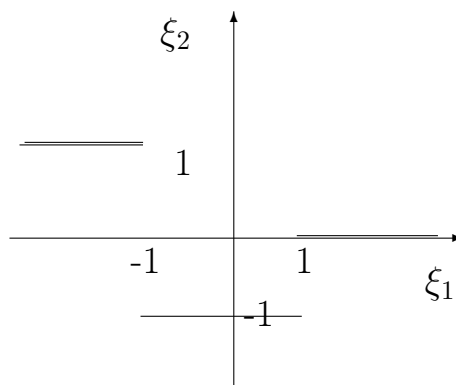
$$f_1(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

Таблица графических данных по вариантам для задания №4

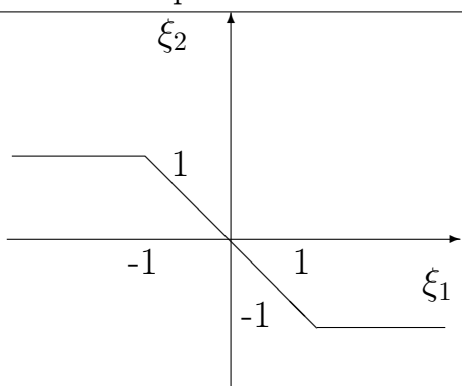




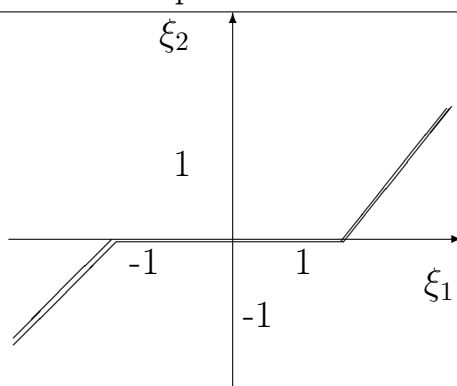
Вариант 5



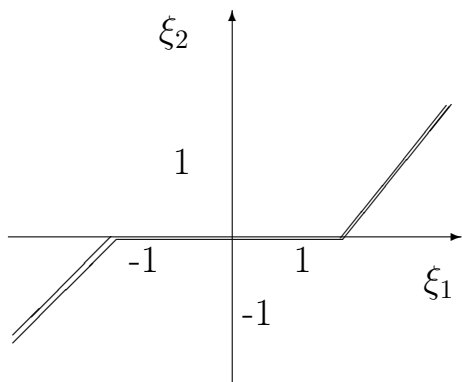
Вариант 6



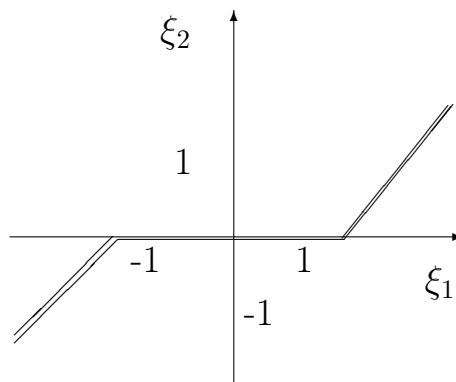
Вариант 7



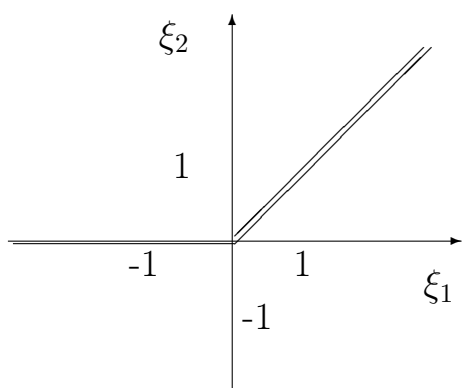
Вариант 8



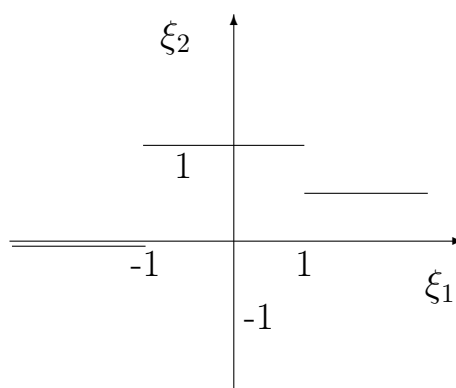
Вариант 9



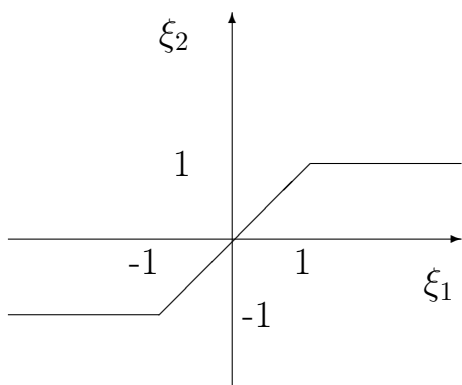
Вариант 10



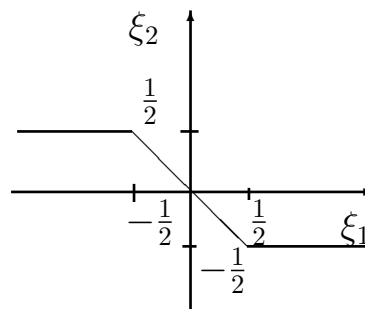
Вариант 11



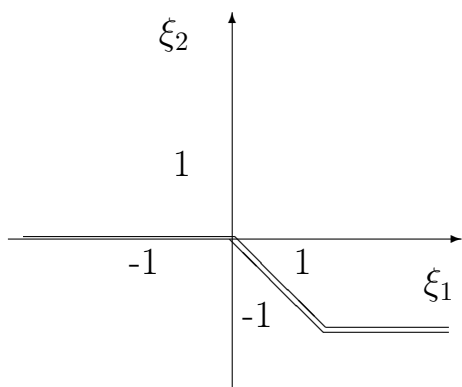
Вариант 12



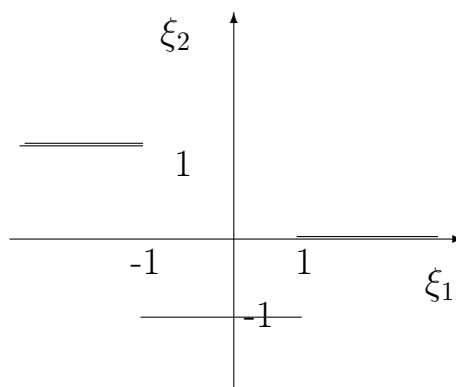
Вариант 13



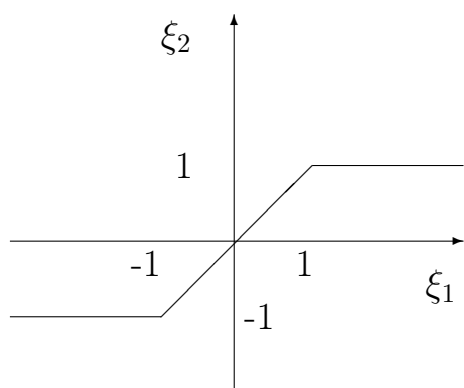
Вариант 14



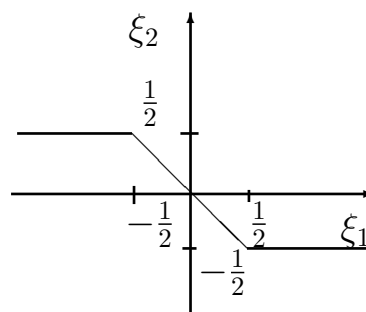
Вариант 15



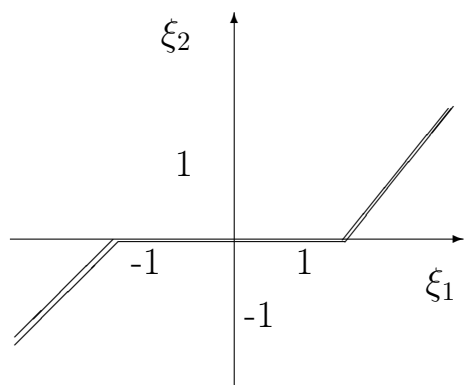
Вариант 16



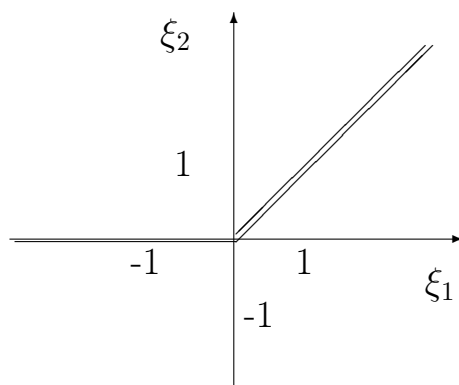
Вариант 17



Вариант 18



Вариант 19



Вариант 20

случайного конуса.

20. На грани куба случайно берется точка М и строится новый куб со стороной АМ. Найти закон распределения и матожидание объема нового куба.

10.10 ЗАДАНИЕ № 10

Заданы две независимые непрерывные СВ ξ , η , имеющие один и тот же закон распределения в виде $f(x)$. Составить двумерную плотность вероятности случайного вектора с составляющими (ξ, η) и решить задачу композиции этих СВ.

№	$f(x) =$	№	$f(x) =$
1.	$\begin{cases} C, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \frac{1}{3}, & x \in (\frac{1}{2}, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$	11	$\begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [1, 2]; \\ C, & x \in (2, 4] \\ 0, & x \notin [1, 4]. \end{cases}$
2.	$\begin{cases} \frac{1}{4}, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ C, & x \in (1, 3] \\ 0, & x \notin [0, 3]. \end{cases}$	12	$\begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in [1, 3] \\ C, & x \in (3, 5] \\ 0, & x \notin [1, 5]. \end{cases}$
3.	$\begin{cases} C, & x \in [-1, 0] \\ \frac{1}{2}, & x \in (0, 1] \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$	13	$\begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [1, 2] \\ C, & x \in (2, 3] \\ 0, & x \notin [1, 3]. \end{cases}$
4.	$\begin{cases} C, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \frac{1}{3}, & x \in (\frac{1}{2}, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$	14	$\begin{cases} C, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \frac{1}{3}, & x \in (\frac{1}{2}, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$
5.	$\begin{cases} C, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \frac{1}{3}, & x \in (\frac{1}{2}, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$	15	$\begin{cases} C, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \frac{1}{3}, & x \in (\frac{1}{2}, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$
6.	$\begin{cases} \frac{2}{3}, & x \in [0, 1] \\ C, & x \in (1, 3] \\ 0, & x \notin [0, 3]. \end{cases}$	16	$\begin{cases} C, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \frac{1}{4}, & x \in (\frac{1}{2}, 1] \\ 0, & x \notin [0, 1]. \end{cases}$
7.	$\begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [-2, -1] \\ C, & x \in (-1, 0] \\ 0, & x \notin [-2, 0]. \end{cases}$	17.	$\begin{cases} 1, & x \in [-\frac{1}{2}, 0] \\ C, & x \in (0, 1] \\ 0, & x \notin [-\frac{1}{2}, 1]. \end{cases}$
8.	$\begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in [-1, 0] \\ C, & x \in (0, 1] \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$	18	$\begin{cases} C, & x \in [-1, 0] \\ \frac{1}{3}, & x \in (0, 1] \\ 0, & x \notin [-1, 1]. \end{cases}$
9.	$\begin{cases} 3, & x \in [0, \frac{1}{6}] \\ C, & x \in (\frac{1}{6}, 1] \\ 0, & x \notin [0, 1]. \end{cases}$	19	$\begin{cases} C, & x \in [1, 2] \\ \frac{1}{7}, & x \in (2, 3] \\ 0, & x \notin [1, 3]. \end{cases}$
10.	$\begin{cases} 1, & x \in [-\frac{3}{2}, -1] \\ C, & x \in (-1, -\frac{1}{2}] \\ 0, & x \notin [-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}]. \end{cases}$	20	$\begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [0, 1] \\ C, & x \in (1, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$

10.11 ЗАДАНИЕ № 11

Двумерная СВ (ξ, η) имеет равномерное распределение в плоской области D , граница которой определяется заданными в таблице кривыми. Найти $f_{\xi, \eta}(x, y)$, нарисовать чертеж границы области и найти безусловные плотности распределения составляющих. Построить графики функций $f_{\xi}(x)$ и $f_{\eta}(y)$.

№	уравнения	№	уравнения
1	$y = x^2, y = 0, x = \frac{3}{2}$	11	$y = \sqrt{x}, y = 0, x = 3$
2	$x^2 + y^2 = 4$	12	$y = x^2, y = 0, x = 4$
3	$y = x^2, y = 0, x = -1, x = 1$	13	$y = e^x - 1, y = 0, x = 2$
4	$y = x, y = -x, x = 1$	14	$y = e^x - 1, x = 0, y = 2$
5	$y = -1, y = 1, x = -1/4, x = 1$	15	$(x - 1)^2 + y^2 = 1, y \geq 0, x \leq 1$
6	$y + x = 1, y - x = 1, y = 0$	16	$(y - 1)^2 + x^2 + 1, y \leq 1, x \geq 0$
7	$(x - 1)^2 + y^2 = 4$	17	$(y - \frac{1}{2})^2 + (x - \frac{1}{2})^2 = 1, y \leq \frac{1}{2}$
8	$y = x + \frac{1}{2}, y = 0, y = 1, x = -\frac{1}{2}$	18	$y = -2x, y = x, y = 1$
9	$y + x = \frac{1}{2}, x = 0, y = 0$	19	$y = \frac{1}{2} \cdot x, y = 1, x = 0$
10	$x + y + \frac{1}{2}, y = x - \frac{1}{2},$ $x = -1, y \geq 0$	20	$y = x - \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{2} - x,$ $y = \frac{1}{2}, y = 1$