Пример 0.3 *Двумерная СВ* $(\xi,\, \eta)$ *имеет равномерное распределение в плоской области* D*, граница которой определяется заданными в таблице кривыми. Найти* $f_{\xi,\eta}(x, y)$*, нарисовать чертеж границы области и найти безусловные плотности распределения составляющих. Построить графики функций* $f_\xi(x)$ *и* $f_\eta(y)$*.*

Решение

Основные определяющие соотношения:

$$f_\xi(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi\eta}(x,\, y)\mathrm{d}y, \tag{1}$$

$$f_\eta(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi\eta}(x,\, y)\mathrm{d}x. \tag{2}$$

Константу определяется из условия нормировки:

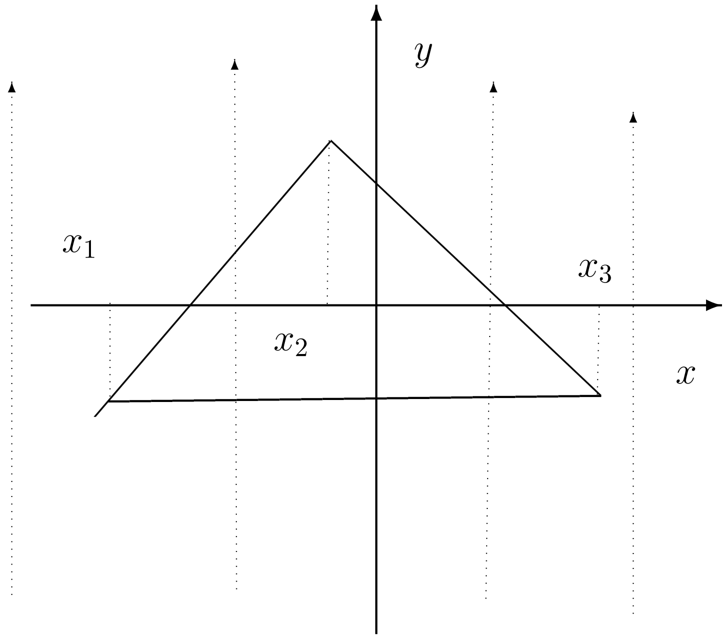
$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_{\xi\eta}(x,\, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 1.$$

Вычисления интегралов (1) и (2) проводим с учетом аналитического вида подынтегральной функции и границ области D. На рисунке пунктиром изображены характерные линии интегрирования. При $x < x_1$ и $x > x_3$ подынтегральная функция равна нулю, следовательно равна нулю и $f_\xi(x)$.

При $x_1 \le x \le x_2$ пределы интегрирования "обрежутся" границами области. Пусть уравнения границ здесь: нижней $y = \psi_1(x)$, и верхней $y = \psi_2(x)$. Тогда при $y < \psi_1(x)$ и $y > \psi_2(x)$ подынтегральная функция равна нулю. Поэтому для значений $x_1 \le x \le x_2$ $f_\xi(x) = \int\limits_{\psi_1(x)}^{\psi_2(x)} f_{\xi\eta}(x,\, y)\mathrm{d}y$. Эту процедуру образно называют интегрирование "от линии до линии".

Именно так вы вычисляли кратные интегралы на матанализе, а теперь все забыли... $:-\cdot($

Итак, аккуратно вычисляем интегралы, строим графики и радостно сдаем отчеты. Можно мылом на k-15301DOGplanet-a.ru



А.Л.Крохин 7.06.09